

Dobbeltspændte plader Nedreværdiløsning – Gættet momentfordeling (DS411)

Per Goltermann

Lektionens indhold

1. Hvad er en nedreværdiløsning ?
2. Statisk tilladelig model for rektangulære plader (DS411) understøttet på alle 4 sider

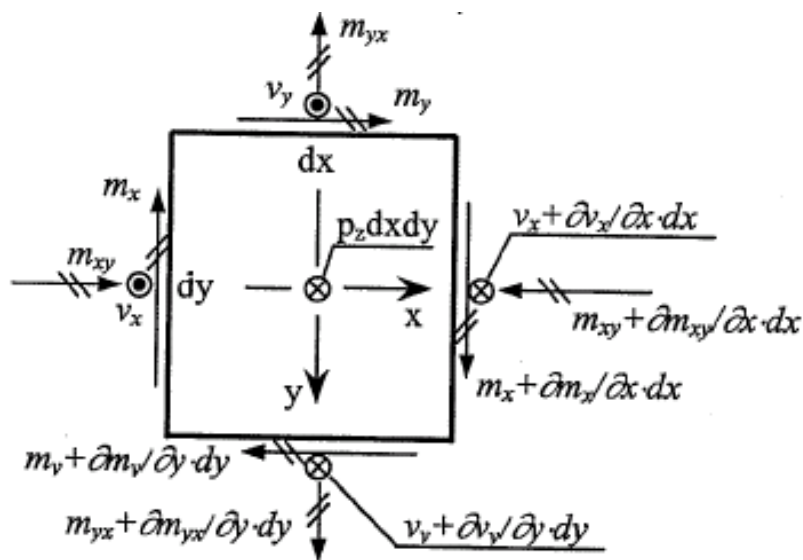
1. Hvad er en nedreværdiløsning ?

- En nedreværdiløsning opfylder ligevægtsligningen og de tilhørende randbetingelser.
- Løsningen kan være gættet og derfor ikke være optimal – men den opfylder den indre ligevægt og randbetingelser. Det vil altså sige at den statiske ligevægt er opfyldt.
- Med en nedreværdiløsning viser vi reelt at det er muligt at optage kræfterne på den måde vi har valgt – valget behøves dog ikke at være det der giver den højeste bæreevne.
- Løsningen kan ignorere fx. pladernes evne til at optage vridende momenter el.lign.

Eksempler på nedreværdiløsninger

1. Ved de kontinuerte bjælker og plader vælger vi en indspændingsgrad eller et indspændingsmoment og regner derefter med statisk tilladelig model.
2. Ved trykstringermetoden vælger vi en vinkel på trykstringerne – det er kun en af de mulige vinkler, der leder til den optimale (højeste) bæreevneberegning.
3. Ved ren bøjning ignorerer vi normalt hele trækzonen – også den del, hvor trækspændingerne ikke overstiger trækstyrken.

Statiske ligevægtsligninger og randbetingelser



Forskydnings-
snitkræfter

$$\frac{\partial m_x}{\partial x} + \frac{\partial m_{yx}}{\partial y} = v_x$$

$$\frac{\partial m_y}{\partial y} + \frac{\partial m_{xy}}{\partial x} = v_y$$

Statisk pladeligevægtsligning

$$\frac{\partial^2 m_x}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 m_{xy}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 m_y}{\partial y^2} + p_z = 0$$

Flydebetingelsen

$$-(m_{ux} - m_x)(m_{uy} - m_y) + m_{xy}^2 \leq 0$$

$$-(m'_{ux} + m_x)(m'_{uy} + m_y) + m_{xy}^2 \leq 0$$

Randsnitkræfter

$$r_i = v_n + \frac{\partial m_{ns}}{\partial s} \quad (\text{positiv nedad, som } v_n)$$

$$m_{indsp} = m_n \quad (\text{positiv som snitmoment})$$

$$P = -(m_{ns,1} + m_{ns,2}) \quad (\text{positiv nedad som } v_n)$$

$$\text{for retv. hjørne } P = -2m_{ns}$$

2. DS411: Statisk tilladelig model

Den gættede løsning:

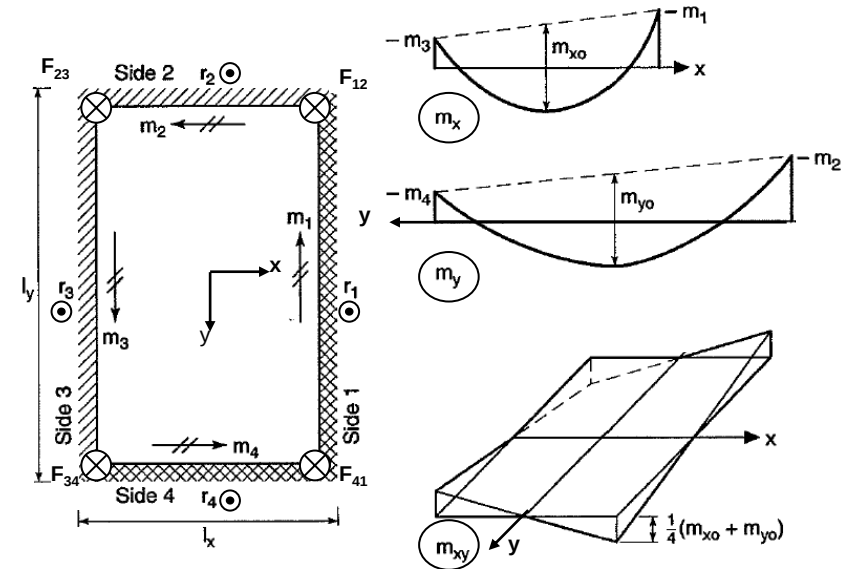
$$m_x = m_{x0} \left[1 - 4 \left(\frac{x}{l_x} \right)^2 \right] - \frac{m_1 + m_3}{2} + (m_3 - m_1) \frac{x}{l_x}$$

$$m_y = m_{y0} \left[1 - 4 \left(\frac{y}{l_y} \right)^2 \right] - \frac{m_2 + m_4}{2} + (m_2 - m_4) \frac{y}{l_y}$$

$$m_{xy} = - (m_{x0} + m_{y0}) \frac{xy}{l_x l_y}$$

indsættes i ligevægtsligningen og man finder at følgende ligning skal være opfyldt for at der er ligevægt

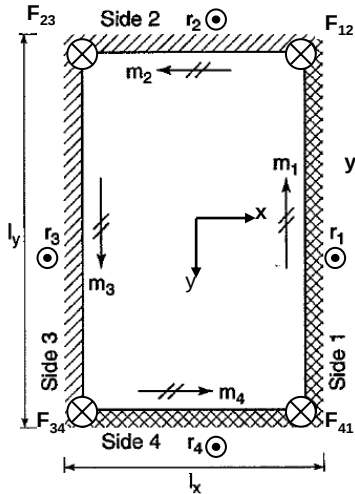
$$\left(1 + 4 \frac{l_y}{l_x} \right) m_{x0} + \left(1 + 4 \frac{l_x}{l_y} \right) m_{y0} = \frac{1}{2} p_z l_x l_y$$



Denne ligning fører for kendt p_z til en betingelse for m_{x0} og m_{y0} . Med et antaget forhold m_{y0}/m_{x0} kan momenterne bestemmes.

Hvis momenterne m_{x0} og m_{y0} er kendte giver ligningen pladens last p_z

Reaktioner og hjørnekræfter



Hjørnekræfter

$$P = -2m_{ns}$$

$$F_{41} = -2m_{xy} \left(\frac{l_x}{2}, \frac{l_y}{2} \right) = \frac{1}{2} (m_{x0} + m_{y0})$$

$$F_{12} = +2m_{xy} \left(\frac{l_x}{2}, -\frac{l_y}{2} \right) = \frac{1}{2} (m_{x0} + m_{y0})$$

$$F_{32} = -2m_{xy} \left(-\frac{l_x}{2}, -\frac{l_y}{2} \right) = \frac{1}{2} (m_{x0} + m_{y0})$$

$$F_{43} = +2m_{xy} \left(-\frac{l_x}{2}, \frac{l_y}{2} \right) = \frac{1}{2} (m_{x0} + m_{y0}) = F$$

Reaktioner:

$$\begin{aligned} r_1 &= \left\{ \frac{pl_x}{2} - 4m_{y0} \frac{l_x}{l_y^2} \pm \frac{m_1 - m_3}{l_x} \right. \\ r_3 &= \left. \frac{pl_x}{2} - 4m_{y0} \frac{l_x}{l_y^2} \pm \frac{m_1 - m_3}{l_x} \right. \\ r_2 &= \left\{ \frac{pl_y}{2} - 4m_{x0} \frac{l_y}{l_x^2} \pm \frac{m_2 - m_4}{l_y} \right. \\ r_4 &= \left. \frac{pl_y}{2} - 4m_{x0} \frac{l_y}{l_x^2} \pm \frac{m_2 - m_4}{l_y} \right. \end{aligned}$$

Indspændinger

Indspændingsgrader

$$i_1 = \frac{m_1}{m_{x(0)}}; \quad i_2 = \frac{m_2}{m_{y(0)}}; \quad i_3 = \frac{m_3}{m_{x(0)}}; \quad i_4 = \frac{m_4}{m_{y(0)}}$$

Momenter svarende til simpelt understøttet plade

$$m_{x0} = m_x(0) \left[1 + \frac{i_1 + i_3}{2} \right] \quad m_{y0} = m_y(0) \left[1 + \frac{i_2 + i_4}{2} \right]$$

Valg af forhold mellem armering i de to retninger

$$m_y(0) = m_x(0) \left(\frac{l_x}{l_y} \right)^2$$

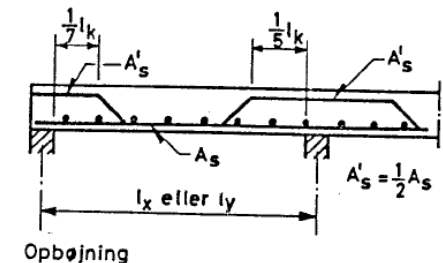
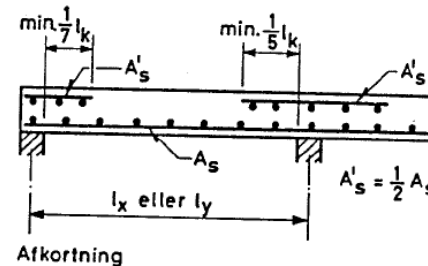
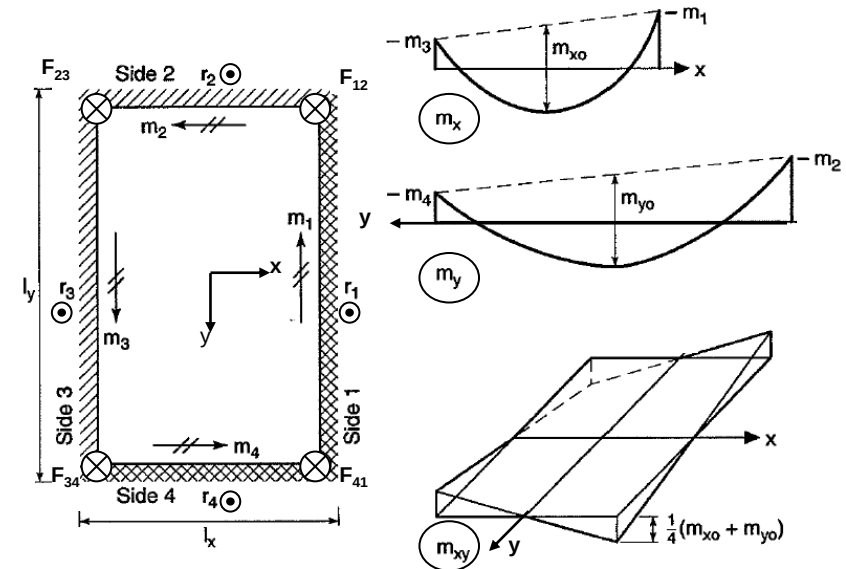
Dette giver følgende moment forhold til ligevægtsundersøgelsen

$$\frac{m_{x0}}{m_{y0}} = \frac{1 + \frac{1}{2}(i_1 + i_3) m_x(0)}{1 + \frac{1}{2}(i_2 + i_4) m_y(0)} = \frac{2 + i_1 + i_3}{2 + i_2 + i_4} \left(\frac{l_y}{l_x} \right)^2$$

Krav for simpel undersøgelse for total last

$$i \leq \begin{cases} 0,5 \\ 0,64 \\ 0,36 + q_d / g_d \end{cases}$$

g_d er den ensformigt fordelte bundne regningsmæssige last
 q_d er den ensformigt fordelte fri regningsmæssige last



Oversidearmering i normens metode.
 l_k er den mindste af siderne l_x og l_y