

Betonkonstruktioner

Noter om forspændte elementer

Februar 2009



Noter om forspændte elementer
Per Goltermann Februar 2009



Indholdsfortegnelse

Introduktion	2
Forspændte elementer	3
1. Introduktion	3
1.1. Letvægtsbeton	4
1.2. Specielle profiler	5
1.3. Forspændt beton	5
1.4. Definitioner og betegnelser	6
2. Fremstilling af forspændt beton	7
2.1 Forspændte elementer med forspændt armering	7
2.2. Forspændte elementer med efterspændt armering	9
2.3. Fastlæggelse af forspændingskraften	10
3. Krav til holdbarhed og dæklag for spændbetonelementer	11
4. Forskellige stadier i den forspændte beton	12
5. Beregning af nedbøjninger og revnevidder i anvendelsestilstanden	15
5.1. Beregning af nedbøjninger	15
5.2. Beregning af pilhøjder	17
5.3. Beregning af revnevidder	17
6. Bæreevneberegninger i brudgrænsetilstanden	18
6.1. Beregning af momentbæreevnen	18
6.2. Beregning af forskydningsbæreevnen	21
6.3. Beregning af forankringen	21
7. Ting der forventes på det videregående kursus i beton	23
8. Referencer	23



Introduktion

Notatet om forspændte elementer er tænkt som et supplement til Bjarne Chr. Jensens lærebog "Betonkonstruktioner efter DS/EN 1992-1-1" og notationer, formler og forklaringer vil derfor følge denne lærebogs principper i størst muligt omfang.

Formålet med dette notat er således at supplere lærebogens stof, således at den studerende kan gennemføre grundliggende beregninger på præfabrikerede bjælke og plade-elementer i spændbeton. Disse noter vil udelukkende dække disse elementer og udelukkende omtale elementer med rette forspændingskabler.

Der er en lang række fascinerende problemer og effekter i forspændt beton, som fx produktionsplanlægning, krybning og styrkeudvikling i den tidlige alder (før 28 døgns modenhed), effekt af varierende kabelføring, låsetab, friktion i kabelrør, kombinationer af slap og forspændt armering. Disse problemer gennemgås ikke i dette notat, da ansvaret for løsningen af disse problemer enten ligger hos producenten af de præfabrikerede elementer eller kræver en dyberegående analyse af problemer, kræfter og produktion.

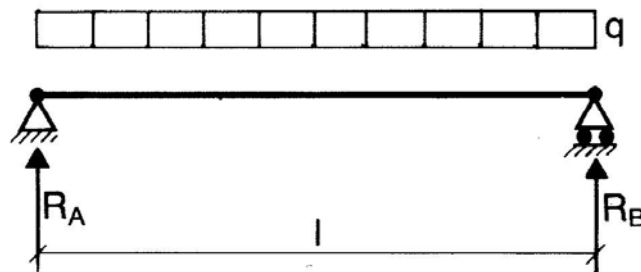
En dyberegående indføring i spændbeton kan findes i fx. Collins og Mitchells "Prestressed concrete structures", ligesom disse emner gennemgås i et kursus i videregående betonstyrkelære.

Per Goltermann
BYG.DTU
Februar 2009

Forspændte elementer

1. Introduktion

I bjælker og dæk bliver nedbøjningerne dimensionerende ved store spændvidder. Dette ses nemmest ved eksemplet med en simpelt understøttet bjælke, belastet med en jævn last q , bestående af en nyttelast p og egenlasten g .



Figur 1. Simpelt understøttet bjælke med jævnt fordelt belastning.

Her beregnes den maksimale forskydningskraft $V_{\max}$, det maksimale bøjende moment $M_{\max}$ og den maksimale nedbøjning $u_{\max}$ som

$$V_{\max} = \frac{1}{2} qL$$

$$M_{\max} = \frac{1}{8} qL^2$$

$$u_{\max} = \frac{5}{384} \frac{qL^4}{EI}$$

Dette vil sige at øges spændvidden L med en faktor 2, så stiger $V_{\max}$ med en faktor 2, $M_{\max}$ med en faktor 4 og $u_{\max}$ vokser med en faktor 16.

Det er naturligvis muligt, at imødegå dette ved at øge dimensionerne, fx. at fordoble højden, men da dette også fordobler egenlasten g , så leder en sådan designændring blot til yderligere forøgelse af $V_{\max}$, $M_{\max}$ og $u_{\max}$.

Ved store spænd vil de massive betonkonstruktioner med almindelig, slap armering derfor blive uøkonomiske og det er nødvendig med en vis nytænkning.



Der er derfor nogle få muligheder, som kan overvejes eller endda kombineres:

1. **Anvende letvægtsbeton**, dvs. beton med lavere densitet og evt. lavere styrke end normalt.
2. **Anvende specielle profiler** (fx. T-bjælker eller huldæk, så man får den store nytteøjde, men ikke den store egenlast).
3. **Anvende forspændt beton** (så tværsnittet ikke revner i bøjning i anvendelsesgrænsetilstanden og derfor er meget stivere).

Der skal lige siges lidt om disse tre muligheder inden vi går i gang med at se på forspændte betonelementer.

1.1. Letvægtsbeton

Der findes en række forskellige letvægtsbeton, som fx. porebeton (gasbeton), skumbeton, letklinkerbeton eller let konstruktionsbeton. Den lette konstruktionsbeton er omhandlet af Eurocode 2, og beregnes efter nogenlunde samme beregningsregler som den ordinære beton.

De mest almindelige letvægtsbetoner bruges primært i præfabrikerede elementer, hvor de har en stor markedsandel og egne normer (Eurocode 2 dækker let konstruktionsbeton) eller er omfattet af Europæiske produktstandarder (DS/EN 1520 for letklinkerbetonelementer og EN 12602 porebetonelementer).

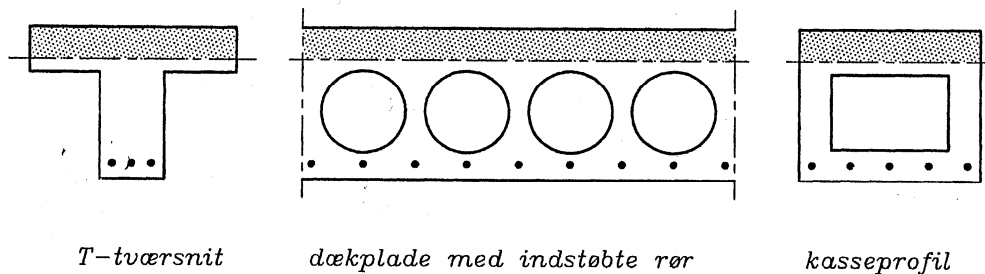
Der er derudover en række specialbetoner (fx. skumbeton, eller ”polystyrenbeton”), som ikke er dækket af normer eller standarder.

Fælles for alle letbetonerne er at når densiteten falder kraftigt, vil det ikke blot lede til et fald i styrke, men også til et fald i E-modulet. Betonens deformationer begynder derfor at bidrage ekstra meget til konstruktionens nedbøjninger, hvorfor en del af fordelene ved den lave densitet bortfalder.

Beregning af nedbøjninger af elementer af letbeton foretages på normal vis, dvs. i urevnet eller revnet tilstand med elastisk spændingsfordeling. Den eneste forskel er korttids og langtidsværdierne for E-modulet og svindet (samt krybningen, men den er normalt indregnet i langtids E-modulet).

1.2. Specielle profiler

De specielle profiler er normalt udformet som T-profiler eller som lukkede profiler med et eller flere huller i tværsnittet som vist på nedenstående figur.



Figur 2. Eksempler på slapt armerede betontværsnit, som kan bregnes som tværsnit med konstant bredde (den plastiske del af trykzonen markeret med raster).

Disse profiler i figur 2 kan beregnes efter de simple regler for rektangulære tværsnit, så længe den plastiske del af trykzonen forbliver rektangulær. Ændrer den plastiske del af trykzonens plastiske del form, så medfører det blot at bestemmelsen af trykzonens areal og tyngdepunkt bliver matematisk mere komplicerede.

1.3. Forspændt beton

Påføres tværsnittet en langsgående trykkraft nede i trækzonen, så opnås det at der er tryk over hele tværsnittet. Dette er en fordel, da det er tidligere vist at et betontværsnit har en væsentlig højere bøjningsstivhed i det urevnede stadie end i det revnede stadie.

Denne normaltkraft påføres ved at en del af armeringen opspændes før eller efter betonens udstøbning til en trækraft udover den, der er et resultat af den senere belastning af bjælken.

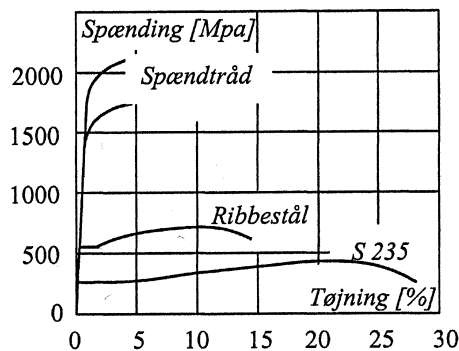
Det er normalt (men ikke krævet) at kombinere forspænding med specielle profiltyper, for derved at opnå den største gevinst. Eksempler på disse profiler er vist i figur 2.

Et kendt eksempel på brug af de lukkede kasse profiler er i brobygning, som fx. i Storebælts Vestbro, hvor de benyttes til de ca. 100 m lange spænd i det kontinuerte brodæk og har et forspændt tværsnit.

1.4. Definitioner og betegnelser

Lidt definitioner eller betegnelser inden vi går videre:

- Slap armering er armering, der ikke er blevet opspændt. (Denne armering har moderate flydestyrker, fx. 235, 500 eller 550 MPa).
- Spændarmering er armering, der er blevet opspændt og dermed giver en trykkraft i tværsnittet. (Denne armering har normalt en meget høj flydestyrke 1500-2000 MPa). Spændarmeringen kan være tråde eller kabler.



Figur 3. Trækarbejdskurver for forskellige armeringsstål.

- Forspændt beton (Engelsk: Prestressed concrete) indeholder spændarmering, enten internt (indstøbt) eller eksternt (placeret udenpå betonen).
- Førspændt armering (Engelsk: pretensioned) er blevet opspændt før betonen blev udstøbt.
- Efterspændt armering (Engelsk: posttensioned) er blevet opspændt efter betonen blev udstøbt.
- Fuldt forspændt: Der er tryk over hele tværsnittet ved den undersøgte belastning.
- Delvist forspænding: Der er ikke tryk over hele tværsnittet ved den undersøgte belastning, selvom der er foretaget forspænding af (en del af) armeringen.

2. Fremstilling af forspændt beton

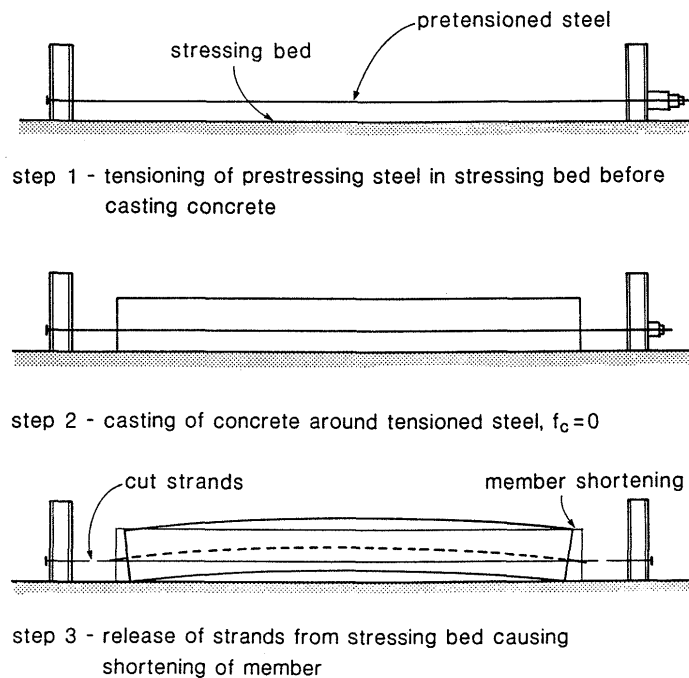
Forspændt beton fremstilles som nævnt ved at en del af armeringen opspændes til en vis kraft, der fungerer som en langsgående normaltrykkraft og dermed sikrer tryk i trækzonen, eller i det mindste bidrager til at en større del af tværsnittet er i tryk.

Det er imidlertid nødvendigt at skelne imellem førspændt armering og efterspændt armering, eftersom fremstillingsprocessen er forskellig i de to tilfælde.

2.1 Forspændte elementer med førspændt armering

Ved denne forspændingsmetode anvendes der normalt en lang (fx. 100 m) spændebænk, dvs. der lægges en række kabler op i spændebænken, hvorefter de spændes op. Herefter udstøbes betonen i et eller flere elementer med skot imellem de enkelte elementer (fx. som et huldæk).

Efter en vis hærdning, hvorunder betonen opnår en tilstrækkelig styrke, kan armeringen skæres over imellem de enkelte elementer. I det øjeblik den forspændte armering skæres over vil den trække sig sammen, men hæmmes i denne sammentrækning af betonen.



Figur 4. Skematisk illustration af trinene i produktionen (Step 1: Opspænding, Step 2: Betonen udstøbes, Step 3: Kablerne skæres over). Figur fra Collins et al.



Ved denne metode opstår der et vist træk i armeringen (forspændingen) og en vis trykkraft i betonen.

Er forspændingen placeret ekscentrisk i tværsnittet, så vil dette lede til en krumning, typisk en opbøjning. Dette betyder at betonelementet starter med at have en vis opbøjning, (en såkaldt pilhøjde Δw_p), som vil medvirke til at reducere den nedbøjning, der kommer fra den gennemsnitlige belastning, men som ikke har indflydelse på nedbøjningerne fra de bevægelige belastninger.

Er forspændingen placeret ekscentrisk i tværsnittet, så vil dette lede til et moment M_p , som skal

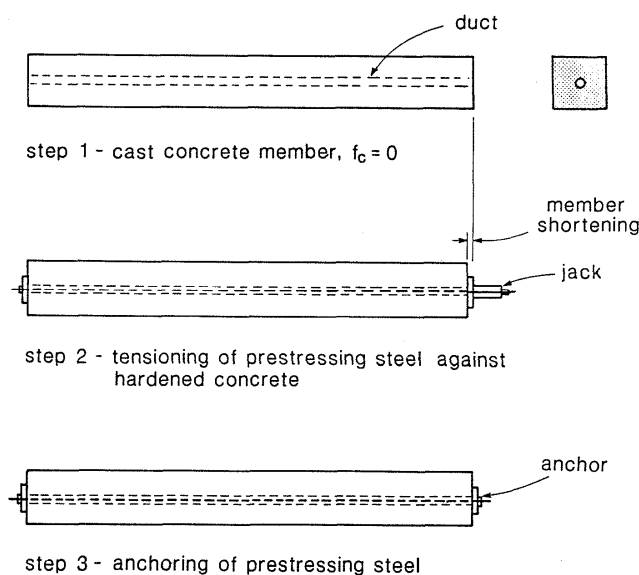
1. optages af betonen (dvs. trækspændinger skal være lavere end bøjningstrækstyrken $f_{ctm,fl}$ ($= 1.2-2.0 f_{ctm}$) eller
2. tværsnittet skal tillades at revne eller
3. optages af den slappe armering

Vælges en af de første to metoder, skal det forspændte element håndteres med stor forsigtighed under transport og montage, da der er en risiko for et uvarslet om meget voldsomt brud.

Denne forspændingsmetode er meget almindelig til præfabrikerede, enkeltspændte elementer i standard design (bjælker, søjler og enkeltspændte dækelementer) og kan også bruges til præfabrikerede dobbeltspændte pladeelementer med begrænsede dimensioner (vaffelplader har således ofte max. bredde på 4 m aht. transporten).

2.2. Forspændte elementer med efterspændt armering

Denne armering lægges normalt i rør inde i betonen, men kan også lægges udenpå betonen. Ved denne produktion udstøbes betonen først og der er kun senere, når betonen har opnået den tilstrækkelige styrke at spændkablerne spændes op.



Figur 5. Skematisk illustration af trinene i produktionen

(Step 1: Støbning med kabelrør (duct). Step 2: kablerne spændes op, Step 3: Kablerne låses eller forankres med et anker eller en lås). Figur fra Collins et al.

Ved opspændingen af kabler i kabelrør skal der tages hensyn til friktionen imellem kabler og kabelrør, men dette er specielt påkrævet i kabler i buede rør, da kablet under opspændingen bliver presset ind mod kabelrørets side.

Efter opspændingen skal kablets opspænding sikres ved brug af en kabellås, som sikrer at kablet ikke blot trækker sig sammen og dermed mister forspændingen. Der er altid et tab af forspændingskraft under tilkoblingen af kabellåsen (et såkaldt låsetab).

Brug af kabellåse kræver en nøjere analyse af spændingerne i betonen omkring kabellåsen og det vil ofte være påkrævet at indlægges armering omkring kabelende for dermed at forhindre betonen i at spalte.

Der findes stort set et uendeligt antal systemer til at udføre denne opspænding og forankring. Brug af denne metode baseres bl.a. på vejledninger fra leverandører af forankringssystemerne, som kan oplyse om metoder, krav, spaltekrafter og låsetab.



Efterspændt armering benyttes typisk til produktion af mindre serier af specielle elementer eller til produktion af pladstøbte konstruktioner, som skal forspændes.

Den efterspændte armering anvendes i øvrigt også altid til byggerier, med en mere avanceret kabelføring, dvs. fx. brobyggerier hvor kablerne ikke føres lige igennem, men tilføres knæk og/eller bues op for at hjælpe til at lede kræfterne mere optimalt rundt i konstruktionen.

2.3. Fastlæggelse af forspændingskraften

Forspændingskraften kan bestemmes ud fra arbejdsgangen i fremstillingen, idet forspændingskraften N_p umiddelbart er fastlagt ud fra opspændingen N_{op} . Der må dog tages hensyn til at tværsnittet (regnet transformeret) trækker sig sammen og at der derefter er krybning og svind i betonen, hvilket også reducerer forspændingskraften.

Specielt ved brug af forspændt armering kan krybningen være et problem, idet beton der belastes i en ung alder (lav styrke) vil krybe betragteligt.

Anvendes der efterspændt armering vil låsetab og friktion tilsvarende påvirke forspændingskraften væsentligt.

Det er dog muligt at gennemføre en beregning af disse effekter ved brug af almindelig betonstatik og kendskab til betonens svind og specielt krybning i den unge alder (før 28 døgn). Dette vil dog ikke blive gennemgået i dette notat.

Ved opspændingen skal spændingerne i armeringen af sikkerhedsgrunde holdes under den maksimale styrke, ligesom for høje betonspændinger skal undgås.

3. Krav til holdbarhed og dæklag for spændbetonelementer

Spændarmering er undertiden mere følsom overfor indtrængende klorider, som kan lede til en meget hurtig og koncentreret korrosion. Der stilles derfor skærpede krav til den maksimale revnevidde i anvendelsestilstanden, hvorimod kravene til styrker og dæklags tykkelser formelt er de samme som for slapt armerede konstruktioner

Miljøklasse	Slap armering	Spændarmering
Ekstra aggressiv	0,2 mm	0,1 mm
Aggressiv	0,3 mm	0,2 mm
Moderat	0,4 mm	0,3 mm

Tabel 1. Revneviddegrænser i beton med slap armering og forspændt armering.

Ved brug af kombinationer af slap armering og forspændt armering vil dæklaget på spændarmeringen normalt blive højere end kravet aht. holdbarheden, ligesom det må forventes at der kan forekomme andre krav til armeringsafstande aht. udstøbning og kraftoverførsel.



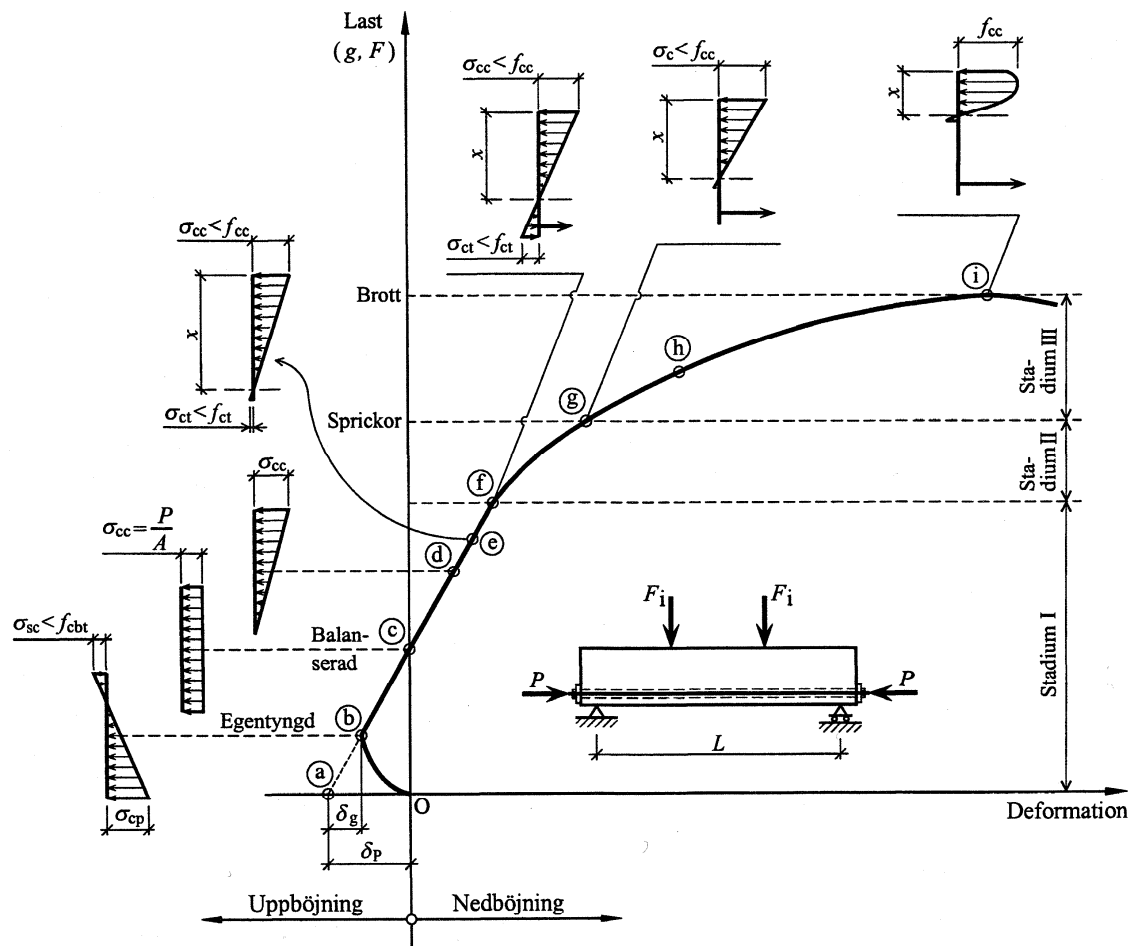
4. Forskellige stadier i den forspændte beton

Det er normalt en fordel at undgå trækrevner i tværsnittet i anvendelsestilstanden, idet der så ikke er lastfremkaldte revner og ligesom nedbøjningerne holdes nede pga. det urevnede tværsnit. Et tværsnit med tryk over hele tværsnittet betegnes fuldt forspændt.

Det er normalt også en fordel at have en del revner i tværsnittet før brud, idet man da opnår et mere plastisk tværsnit og dermed får et tidligt varsel om brud og i øvrigt kan omfordele kræfterne ved fx. kontinuerte bjælker. Et forspændt tværsnit med træk i en del af tværsnittet betegnes delvist forspændt.

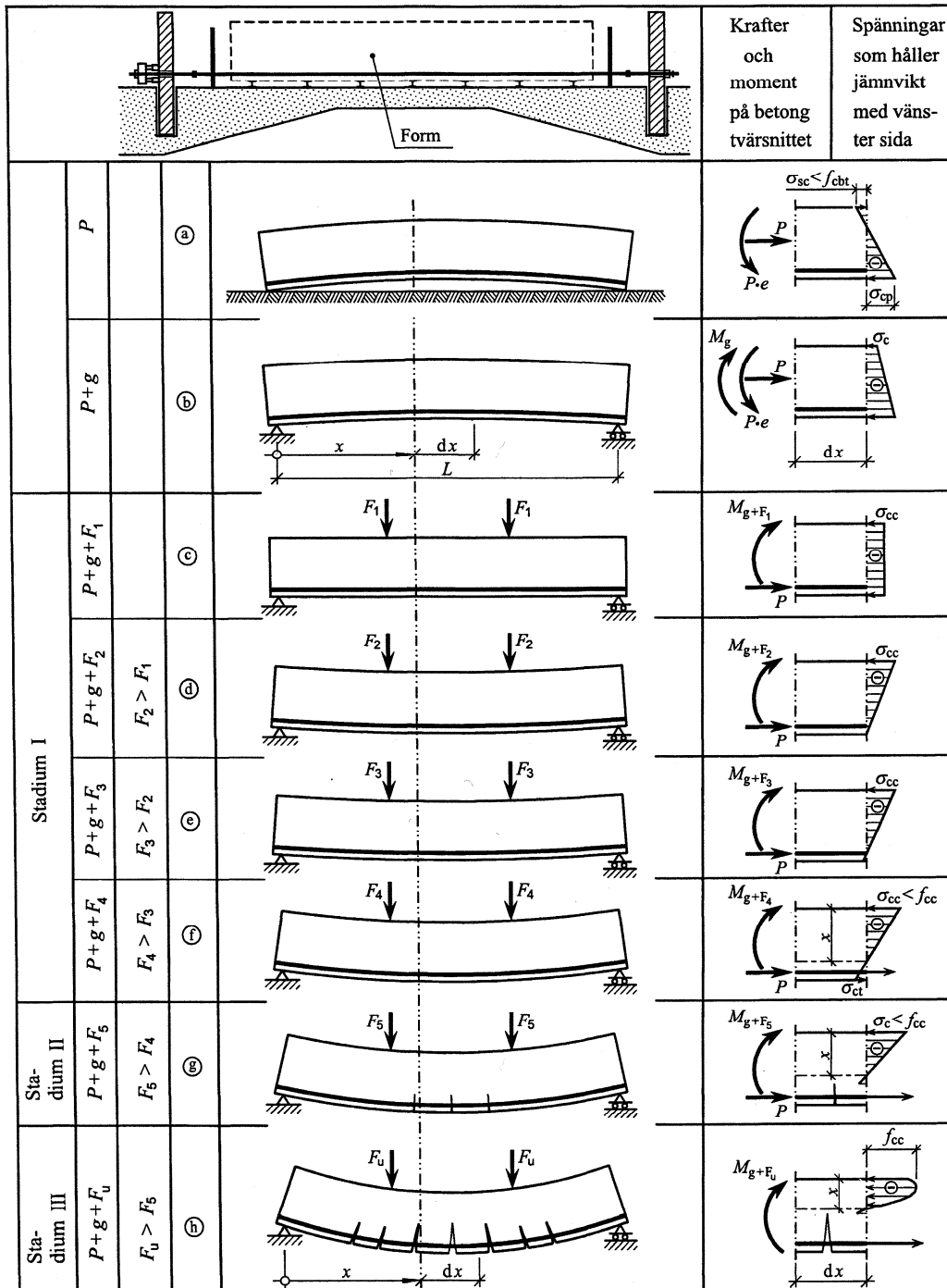
Det er derfor normalt at have tryk over tværsnittet i anvendelsestilstanden og at have revner i tværsnittet i brudgrænsetilstanden i kontinuerte bjælker. I simpelt understøttede bjælker er det dog muligt at have tryk over hele tværsnittet indtil brud uden at dette leder til en forringet økonomi i byggeriet.

Ser vi på spændings og revneforløbet i en forspændt bjælke, der bliver udsat for stadig stigende last, så kan det illustreres som vist i nedenstående figurer, hvor stadie I er fuldt forspændt og stadie II og III er delvist forspændte)



- (a) Teoretisk punkt orsakad av uppböjning δ_p av förspänning enbart.
- (a) Uppböjning och spänningsfördelning av förspänning och egentnygd.
- (c) Vid en viss yttre last är balkens krökning noll och spänningsfördelningen konstant över tvärsnittet.
- (d) Vid viss yttre last blir spänningen i balkens underkant noll.
- (e) Vid viss yttre last blir spänningen i höjd med armeringen noll.
- (f) Ökas den yttre lasten successivt uppnår man vid en viss nivå att draghållfastheten i balkens underkant uppnås. Vi lämnar då det som kallas stadium I.
- (g) Balken spricker upp och vi kommer in på betongarbetskurvans krökta del.
- (i) Tvärsnittets brottkapacitet har uppnåtts.

Figur 6. Stadier i oplastningen af en forspændt bjælke, hvor symbolerne f_{cc} og f_{bt} angiver trykstyrken og trækstyrken (Peterson og Sundquist)



Figur 7. De forskellige stadier under opspændingen af en forspændt bjælke, hvor symbolerne f_{cc} og f_{bt} angiver trykstyrken og trækstyrken (Peterson og Sundquist)

5. *Beregning af nedbøjninger og revnevidder i anvendelsestilstanden*

Ved beregningen af nedbøjningerne, regnes der med urevnet tværsnit og de korttid- eller langtid E-moduler.

Ved beregning af de samlede nedbøjninger skal der tages hensyn til at der ved produktionen er opstået en pilhøjde, dvs. at elementets midte er bøjet op. Dette reducerer den samlede nedbøjning.

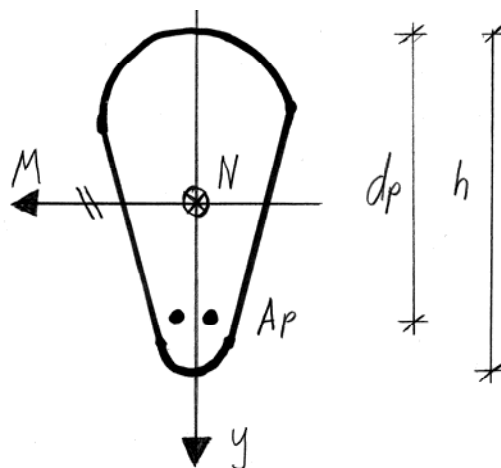
5.1. Beregning af nedbøjninger

Ved beregningen af nedbøjningerne skal der skelnes imellem om tværsnittet er fuldt forspændt eller kun delvist forspændt i anvendelsestilstanden.

Ved et fuldt forspændt tværsnit beregnes nedbøjninger med den stivhed (EI), der gælder for urevnede tværsnit.

Det er således reglerne for urevnet tværsnit i slapt armerede tværsnit, som anvendes for beregning af EI . Denne beregning afhænger IKKE af forspændingskraften, men kun af at der er tryk over hele tværsnittet.

Der anvendes samme E-modul for den forspændte armering, som for almindelig, slapt armering og der anvendes betonens korttid- eller langtid E-modul for ved beregning af nedbøjninger for slapt armerede konstruktioner.



Figur 8. Tværsnit af den forspændte bjælke.

Ved at vælge en bekvem placering af den akse vi først beregner tværsnittets parametre om finder vi

Betonkonstruktioner

Noter om forspændte elementer

Februar 2009



$$A_{ur,tr} = \int dA + (\alpha - 1)A_p = A_t + (\alpha - 1)A_p$$

$$S_{ur,tr} = \int y dA + (\alpha - 1)A_p y_p = A_t y_t + (\alpha - 1)A_p y_p$$

$$I_{ur,tr0} = \int y^2 dA + (\alpha - 1)A_p y_p^2 = I_t + (\alpha - 1)A_p y_p^2$$

hvor y angiver afstandene fra den valgte placering af akse. Herefter findes tyngdepunktets beliggenhed (og dermed 0-linien placering) fra den valgte akse som

$$\eta_G = S_{ur,tr} / A_{ur,tr}$$

Inertimomentet om tyngdepunktslinien beregnes af

$$I_{ur,tr} = I_{ur,tr0} - \eta_G^2 A_{ur,tr}$$

Det skal dog kontrolleres om der er tryk over hele tværsnittet, dvs

$$\sigma_{c,max} = \sigma_{cp} + \frac{M}{I_{ur,tr}} \cdot \eta_G \leq \eta f_{ck}$$

$$\sigma_{c,min} = \sigma_{cp} - \frac{M}{I_{ur,tr}} \cdot (h - \eta_G) \geq 0$$

hvor

$$\sigma_{cp} = (N + N_p) / A_{ur,tr}$$

hvor N er en evt. ydre tryklast på elementet (normalt for søjler og funderingspæle) og N_p er forspændingskraften. Momentet M er summen af momentet fra den ydre last og det momentbidrag M_p , der stammer fra forspændingen

$$M_p = N_p (y_p - \eta_G)$$

Er dette ikke opfyldt, vil der være tale om en delvist forspændt bjælke eller plade.

Ved et delvist forspændt tværsnit beregnes nedbøjninger for et delvist revnet tværsnit belastet med både moment og normalkraft (forspændingskraft plus en evt. axial last).

Ved beregningen skal det huskes at der altid er en normaltrykkraft N_p på tværsnittet.

5.2. Beregning af pilhøjder

Når et element forspændes ved at der påføres en forspændingskraft ekscentrisk (fx. i den nederste del af tværsnittet), så skabes der ikke kun tryk over hele tværsnittet, men der skabes også et moment (forspændingskraft gange afstand til tværsnittets tyngdepunkt). Dette moment leder til en deformation i form af en opbøjning af elementet på midten – en såkaldt pilhøjde Δw_p .

Pilhøjden beregnes ligesom alle andre nedbøjninger ud fra deformationen beregnet med urevnet tværsnit. Denne pilhøjde afhænger af forspændingsgraden og betonens modenhed ved påføring af forspændingskraften (dvs. det tidspunkt hvor de forspændte liner bliver klippet over eller hvor kablet i et kabelrør bliver opspændt – altså det tidspunkt, hvor betonmaterialet bliver udsat for forspændingskraften). Pilhøjden vokser med voksende krybning, men er uafhængig af svindet.

Pilhøjden kan variere en del fra element til element.

5.3. Beregning af revneviddder

Revnevidder har kun betydning i anvendelsestilstanden. Det kontrolleres derfor først om der er tryk over hele tværsnittet i anvendelsestilstanden.

Er der træk over hele tværsnittet i anvendelsestilstanden, så vil der ikke forekomme lastfremkaldte revner i anvendelsestilstanden.

Viser analysen, at der er træk i en del af tværsnittet i anvendelsestilstanden, så kan revnevidder beregnes som for slapt armerede bjælker ved at σ_s erstattes af med en ækvivalent, revnefremkaldende armeringsspænding, defineret som produktet imellem betonens træktøjning udfor trækarmeringens centrum multipliceret med armerings elasticitetsmodul.

Det er normal praksis at forspændte dæk og bjælker designes, så der er tryk over hele tværsnittet i anvendelsestilstanden, dels fordi det reducerer nedbøjningerne og dels lastfremkaldte revner (som kan lede til korrosion) kan undgås.



6. Bæreevneberegninger i brudgrænsetilstanden

Der skal her ses på momentbæreevne, forskydningsbæreevne og forankring

6.1. Beregning af momentbæreevnen

Momentbæreevnen af en forspændt bjælke eller plade beregnes som for en slapt armeret bjælke eller plade, påvirket af et moment og en normaltkraft.

Normalkraften, der virker på tværsnittet er summen af en evt. axial trykkraft N (i tyngdepunktet) og af forspændingskraften N_p (i forspændingen).

Spændarmeringen og den almindelige, slappe armering kan begge udnyttes. Det skal dog erindres at spændarmeringen allerede har en forspænding, således at den del af spændarmeringens flydestyrke, som kan udnyttes skal sættes til flydestyrken minus spændingen fra forspændingen ($f_{yk} - N_p/A_{sp}$).

Beregning af momentbæreevnen

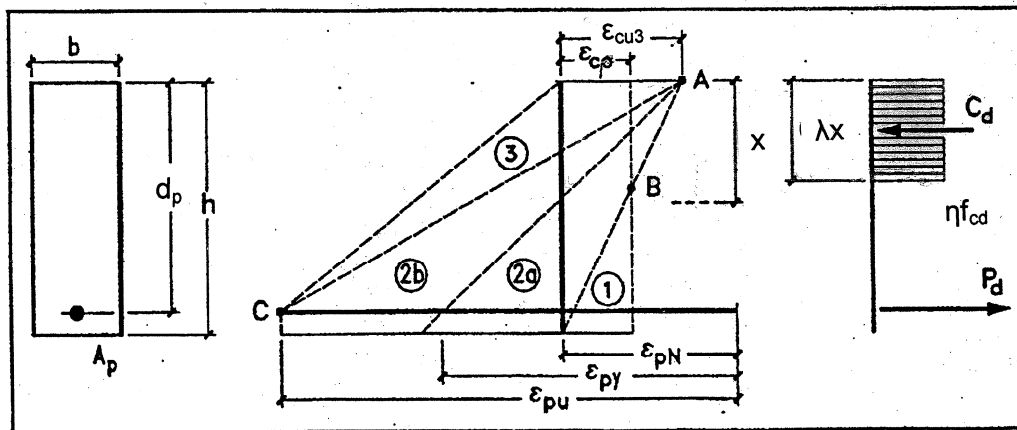
- Anvendes der fuld forspænding i brudgrænsetilstanden, så begrænses bæreevnen af betonens trykstyrke, idet der ved fuld forspænding regnes som i det overarmerede tværsnit (tværsnittet er udsat for en normaltkraft og regnes urevnet).
- Anvendes der delvis forspænding i brudgrænsetilstanden, så beregnes bæreevnen som for et normalarmeret tværsnit med normaltkraft

Det er normal praksis at have fuld forspænding i anvendelsestilstanden, men delvis forspænding i brudgrænsetilstanden i præfabrikerede elementer, der anvendes i statisk bestemte konstruktioner (dvs. hvor hvert element er simpelt understøttet ved vederlagene og ikke er kontinuerte).

Ved statisk ubestemte konstruktioner kan der være en fordel i at anvende statisk ubestemte konstruktionsdele, da dette vil give anledning til plasticitet i tværsnittet og dermed en mulighed for plastisk omfordeling af kræfter, momenter og reaktioner, sådan som det udnyttes i slapt armerede og statisk ubestemte konstruktioner med normalt armerede tværsnit (fx. kontinuerte bjælker og dæk).

Bæreevnen for bøjning i et forspændt element

I figur 4.1-4 havde vi en illustration af de mulige tøjningsfordelinger ved bøjningsbrud. En tilsvarende figur kan opstilles for bøjningsbrud med forspænding, fx. som gjort af Kaj Madsen:



Figur 9. Mulige tøjningsfordelinger ved bøjning i et forspændt tværsnit.

På figuren er

- ϵ_{cp} = $N_p/A_{ur,tr}/E_{cd}$ (betontøjningen fra forspændingen)
- ϵ_{pN} = $N_p/A_p/E_{pd}$ (træktøjningen i forspændingen pga forspændingen)
- ϵ_{py} spændarmeringen regningsmæssige flydetøjning
- ϵ_{pu} spændarmeringens karakteristiske brudtøjning

På figuren svarer områderne til

- 1: Fuldt forspændt til brud
- 2a: Overarmeret,
(tværsnittet revner før brud, men uden fuld udnyttelse af armeringen)
- 2b: Normal armeret
- 3: Armeringstrækbrud

Vi kan herefter finde bæreevnen ved momentbrud i de forskellige tilfælde efter at have defineret

$$\omega = \frac{A_p f_{ypd}}{b d_p \eta f_{cd}}$$

og set ω_{bal} defineres som

$$\omega_{bal} = \lambda \frac{\varepsilon_{cu3}}{\varepsilon_{cuu} + (\varepsilon_{py} - \varepsilon_{pN})}$$

Område 3, armeringstrækbrud, altså underarmeret

$$0 \leq \omega \leq \lambda \frac{\varepsilon_{cu3}}{\varepsilon_{cu3} + (\varepsilon_{pu} - \varepsilon_{pN})}$$

$$M_{ud} = \omega(1 - 0,5\omega) b d_p^2 \eta f_{cd}$$

Område 2b, normalt armeret tværsnit

$$\lambda \frac{\varepsilon_{cu3}}{\varepsilon_{cu3} + (\varepsilon_{pu} - \varepsilon_{pN})} \leq \omega \leq \lambda \frac{\varepsilon_{cu3}}{\varepsilon_{cu3} + (\varepsilon_{py} - \varepsilon_{pN})}$$

$$M_{ud} = \omega(1 - 0,5\omega) b d_p^2 \eta f_{cd}$$

Område 2a, overarmeret tværsnit

$$\lambda \frac{\varepsilon_{cu3}}{\varepsilon_{cu3} + (\varepsilon_{py} - \varepsilon_{pN})} \leq \omega \leq \lambda \frac{\varepsilon_{py}}{\varepsilon_{pN}}$$

$$\frac{x}{d} = \frac{0,5}{\lambda} \omega \frac{\varepsilon_{pN} - \varepsilon_{cu3}}{\varepsilon_{py}} + \sqrt{\left(\frac{0,5}{\lambda} \omega \frac{\varepsilon_{pN} - \varepsilon_{cu3}}{\varepsilon_{py}}\right)^2 + \frac{1}{\lambda} \omega \frac{\varepsilon_{cu3}}{\varepsilon_{py}}}$$

$$M_{ud} = \lambda \frac{x}{d} (1 - 0,5 \lambda \frac{x}{d}) b d_p^2 \eta f_{cd}$$

Område 1, fuldt forspændt til brud

Dette bruges ikke mere, da det leder til et meget uvarslet og nærmest eksplosivt brud.

6.2. Beregning af forskydningsbæreevnen

Ved beregning af forskydningsbæreevnen skelnes der ikke imellem fuldt forspændt eller delvist forspændte tværsnit:

- Forskydningsstyrke af bjælke eller dæk uden bøjler beregnes som for slapt arerede bjælker uden forskydningsarmering, hvor σ_{cp} er den samlede trykspænding i betonen, stammende fra summen af forspændingskraften N_{sp} og evt. axial trykbelastning N , dvs.

$$\sigma_{cp} = (N_{sp} + N) / A_{ur,tr}$$

- Forskydningsstyrke af bjælke eller dæk med bøjler beregnes som for slapt arerede bjælker efterdiagonaltrykmetoden”. Effekten af forspænding eller axial belastning ignoreres.

6.3. Beregning af forankringen

Anvendelsen af forspænding leder normalt til et stort behov for forankring af spændkabler og spændliner, hvilket ikke dækkes af normer og standarder.

Problemet løses dog i praksis idet der gælder:

- Ved brug af forspændt armering i forspændte, præfabrikerede elementer deklarerer elementproducenten en mindste vederlagsdybde, som sikrer at forankringen er tilstrækkelig. Denne deklaration er baseret på forsøg, som i større eller mindre grad er suppleret med teoretiske beregninger og som altid er underlagt en ekstern og uafhængig trediepartskontrol.
- Ved brug af efterspændt armering i pladsstøbte bjælker og dæk vil forspændingen blive foretaget efter udstøbningen og efter at betonen har opnået en vis styrke. Forspændingen forankres i disse tilfælde normalt med forankringslåse, hvis design, anvendelse og forankringsevne er deklareret af en leverandør.

Brugen af efterspændt armering leder til store koncentrerede kræfter ved forankringen. Disse kræver normalt ekstra armering for at undgå spaltning, helt ligesom alle andre, koncentrerede belastninger.

Der gøres opmærksom på at der er en meget stor mængde forspændingssystemer på markedet, hvert af dem med sine fordele og ulemper.

Betonkonstruktioner

Noter om forspændte elementer

Februar 2009



Ved brug af efterspændt armering, skal der udføres en grundig kontrol med at efterspænding og forankring er udført korrekt.



7. Ting der forventes på et videregående kursus i beton

Det forventes at et videregående kursus med forspændt beton vil omfatte de simple principper og derudover komme nærmere ind på

- Avanceret kabelføring, dvs. krumme kabler som det fx. bruges i brobygning.
- Friktion under opspændingen og efter låsetab
- Relaksation i beton og spændkabler
- Krybning af beton i den unge alder (før 28 døgns modenhed) og det tilhørende tab af forspændingskraften
- Låsetab ved brug af efterspændt armering
- Introduktion til forskellige kabellåsesystemer

sådan som det er gennemgået i Collin's bog.

8. Referencer

Bjarne Chr. Jensen "Betonkonstruktioner efter DS/EN 1992-1-1", Nyt eknsk Forla, 1. Udgave, 2008.

M.P. Collins og D. Mitchell: "Prestressed Concrete Structures".

DS/EN 1520 "Præfabrikerede armerede elementer af letklinkerbeton med åben struktur", 2005.

EN 12602 "Prefabricated reinforced elements of aerated, autoclaved concrete", 2008.

T. Petersson og H. Sundquist: "Spännbetong. Kompendium i Betongbyggnad och Brobyggnad", KTH, Trita-BKN, Rapport 46, 1997.

Kaj Madsen: "Spændbetonbjælker, Noter til KL 65", noter uden datering.