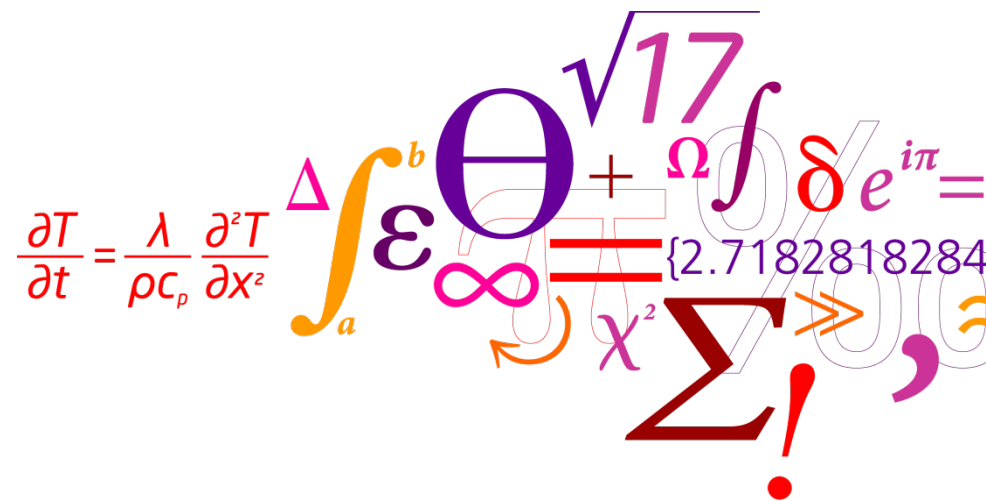


Bøjning i brudgrænsetilstanden

Per Goltermann



A collage of mathematical symbols and formulas. The central element is the heat equation: $\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\lambda}{\rho c_p} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$. Surrounding it are various other symbols: a definite integral $\int_a^b$, the Greek letter epsilon ϵ , the Greek letter theta Θ , the square root of 17 $\sqrt{17}$, the Greek letter omega Ω , a delta function δ , the exponential function $e^{i\pi}$, the infinity symbol ∞ , the Greek letter chi χ^2 , the summation symbol Σ , and the number 2.7182818284.

Lektionens indhold

1. De grundlæggende antagelser/regler
2. Materialernes arbejdskurver
3. Bøjning: De forskellige stadier
4. Ren bøjning i simpelt tværsnit
5. Andre tværsnit og trykarmering

Session B3

6. Bøjning med normalkraft
(Generelt)
7. Bøjning med normalkraft
(M-N diagram)

Session B4

1. Grundliggende antagelser

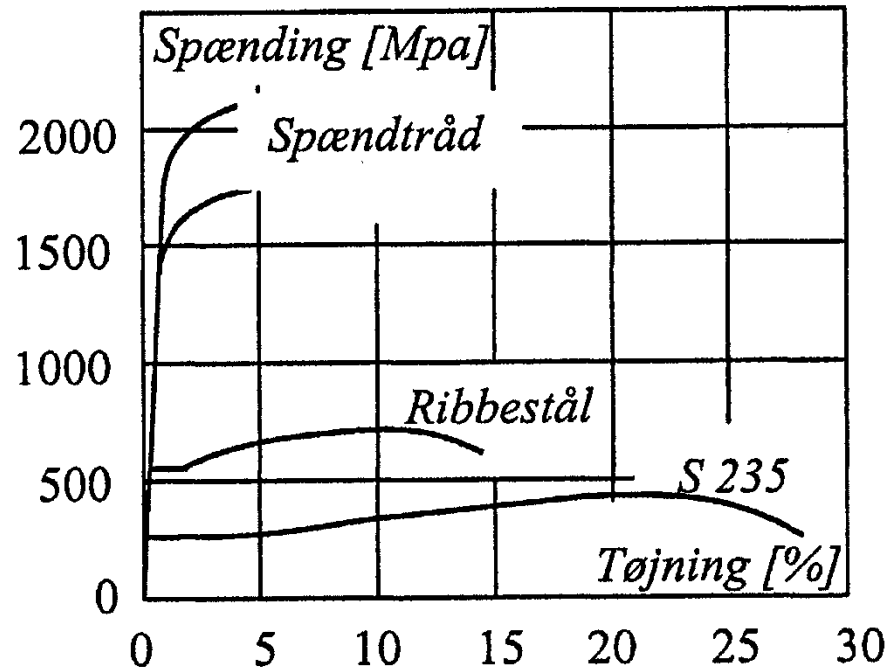
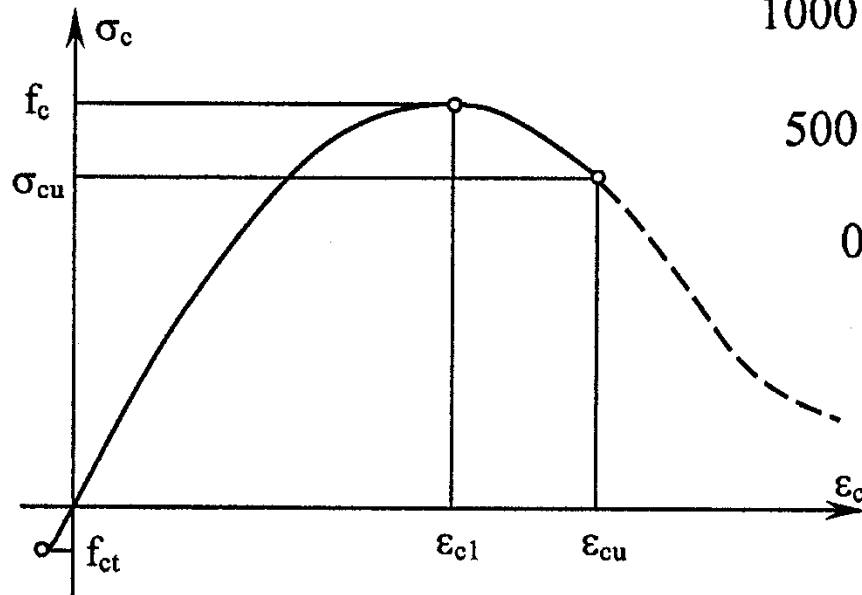
- Plane tværsnit forbliver plane
- Spændinger i beton og i armering bestemmes ud fra deres arbejdskurver
- Beton revner, når trækspændingerne overstiger trækstyrken.

(Lidt senere vælger vi at ignorere trækstyrken i brudgrænsetilstanden)

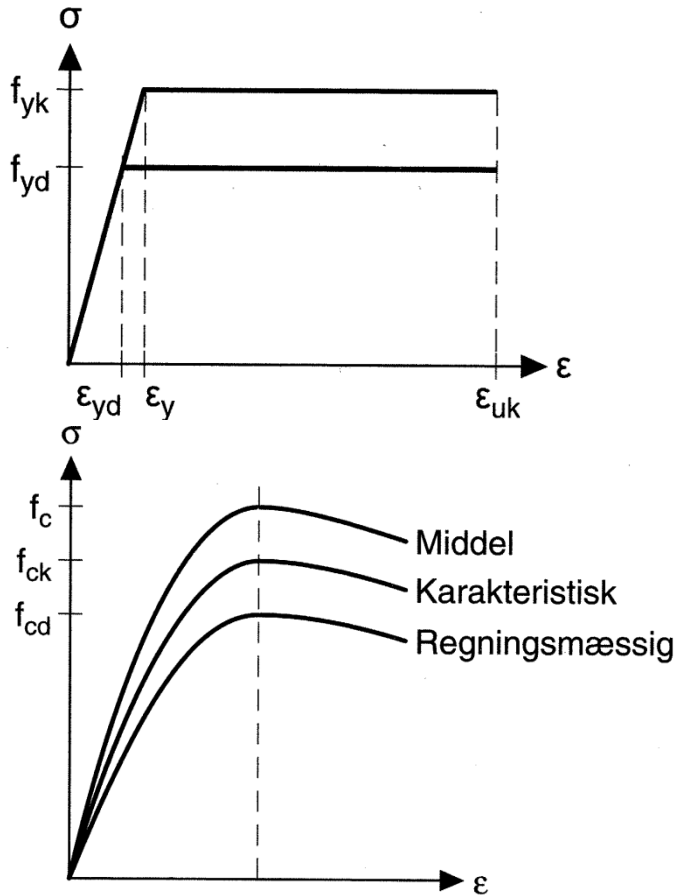
- Der bruges regningsmæssige dimensioner og styrker (γ) i brudgrænsetilstanden

2. Materialernes arbejdskurver

De reelle arbejdskurver er meget ulineære og komplekse

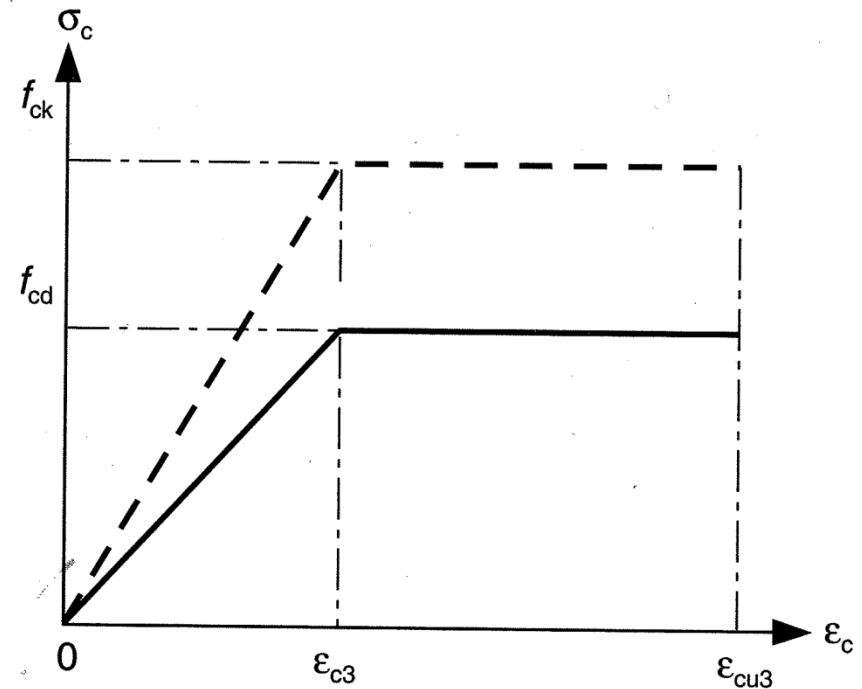
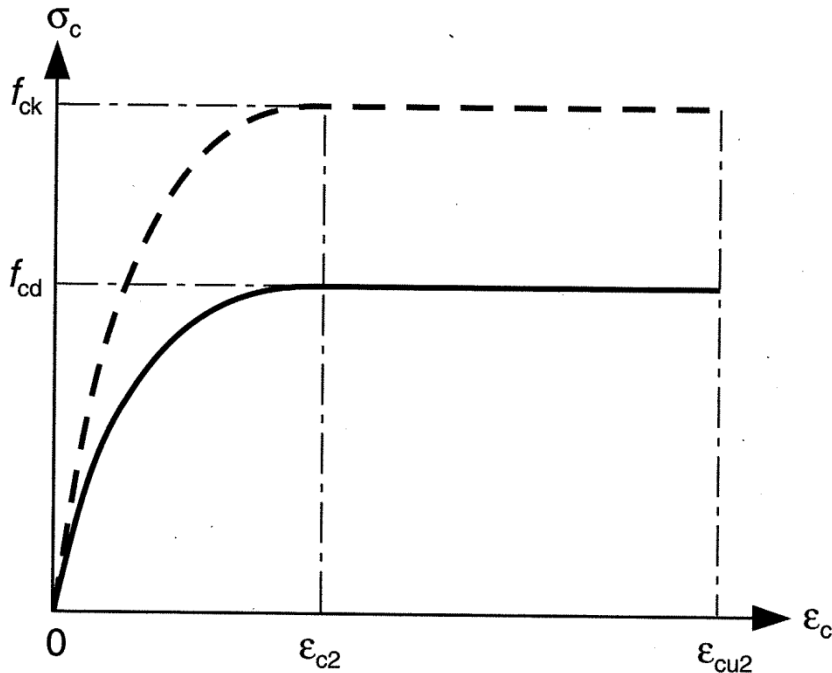


Middel, karakteristiske og regningsmæssige kurver

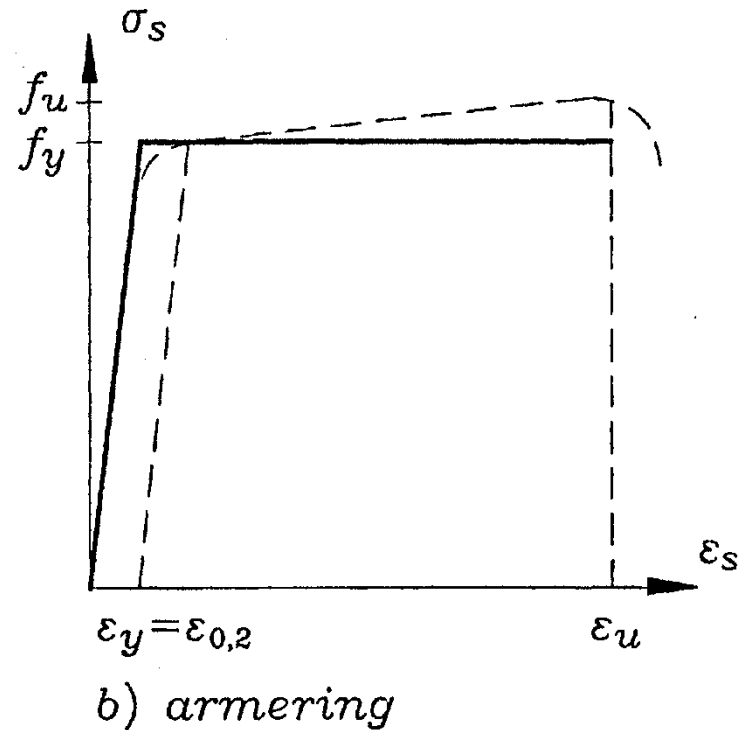
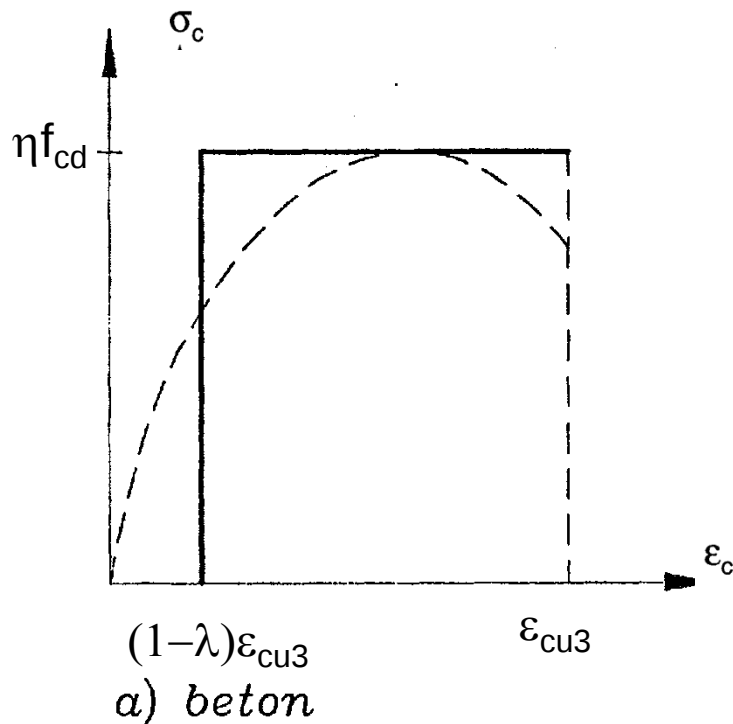


	armering	beton
træk	$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s}$	$f_{ctd} = \frac{f_{ctk}}{\gamma_c}$
tryk	$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s}$	$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c}$
elasticitetsmodul	$E_{sd} = E_{sk}$	$E_{cd} = \frac{E_{ck}}{\gamma_c}$

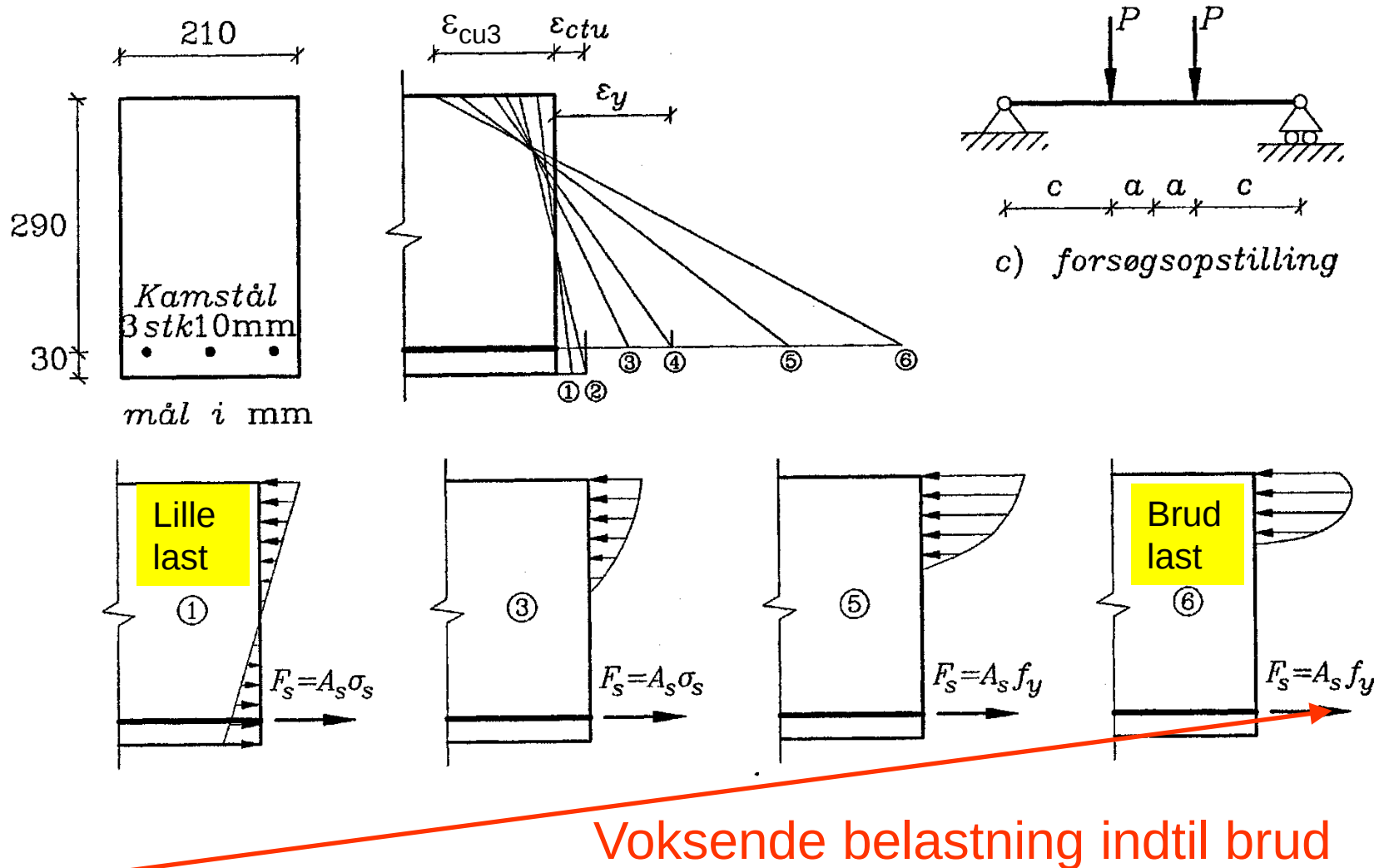
Idealiserede arbejdskurver



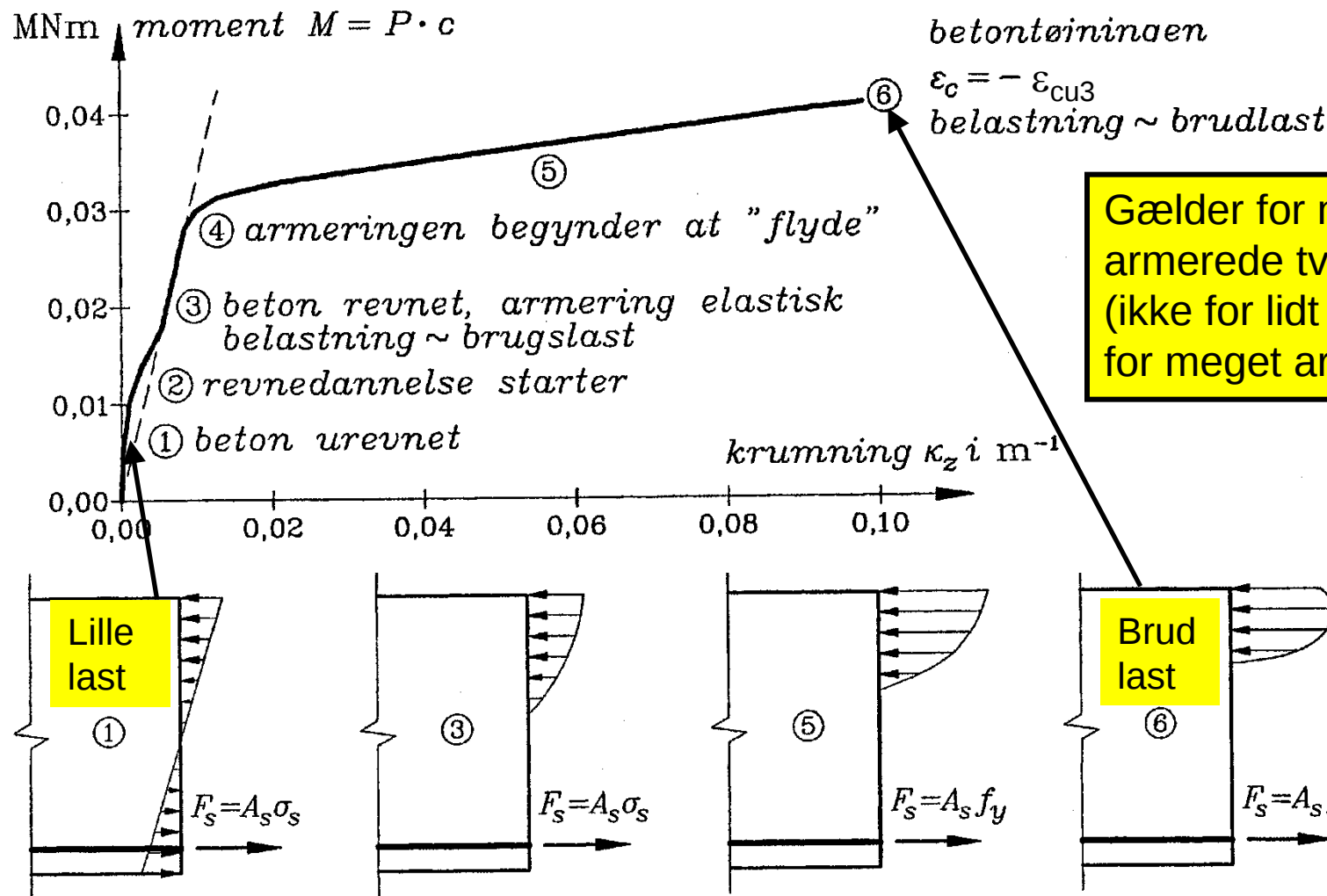
Idealiserede arbejdskurver



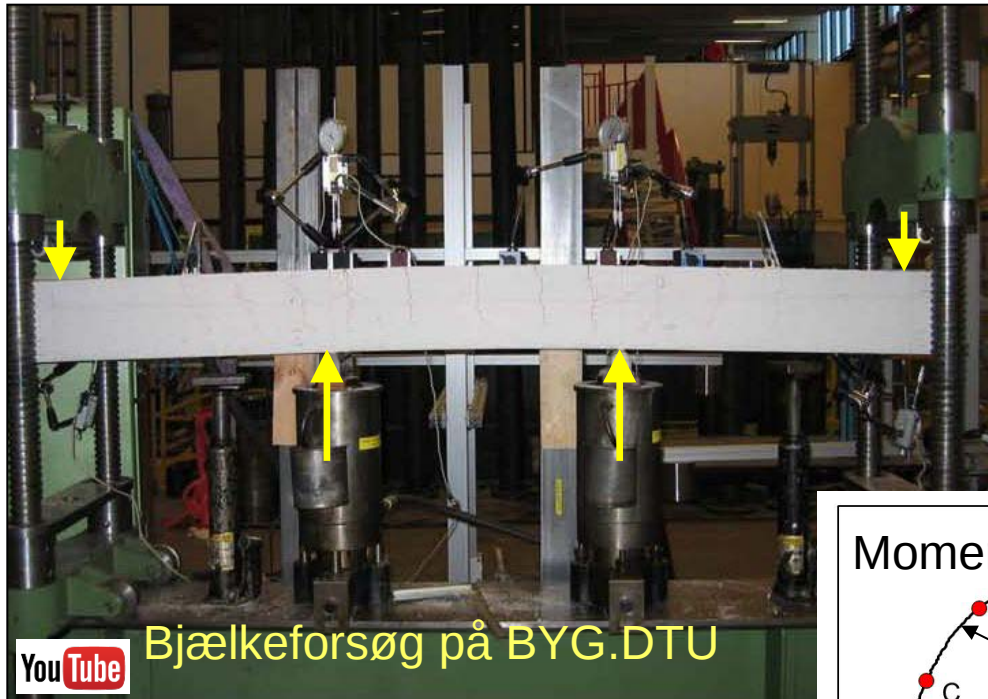
3. Bøjning: De forskellige stadier



Bøjning: De forskellige stadier



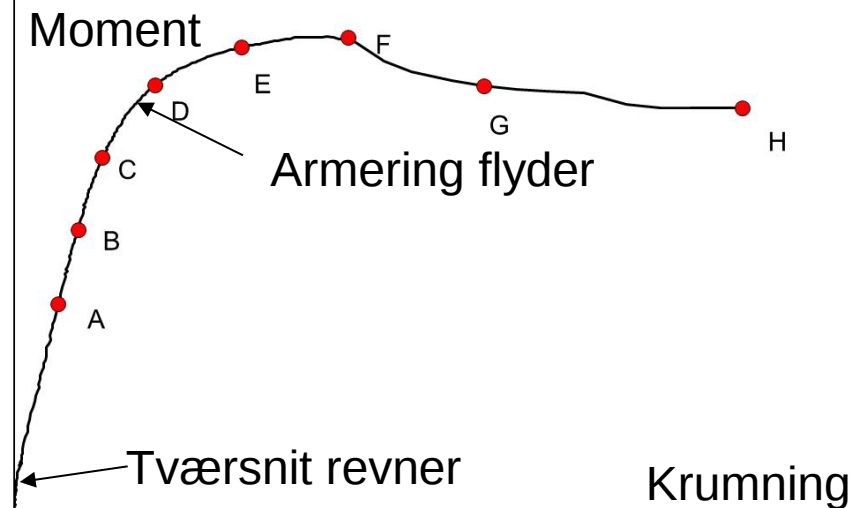
Bøjningsbrud (BYG.DTU)



Bjælkeforsøg på BYG.DTU

Youtube: ConStruct2800Lyngby + "Beam bending - near the failure load"

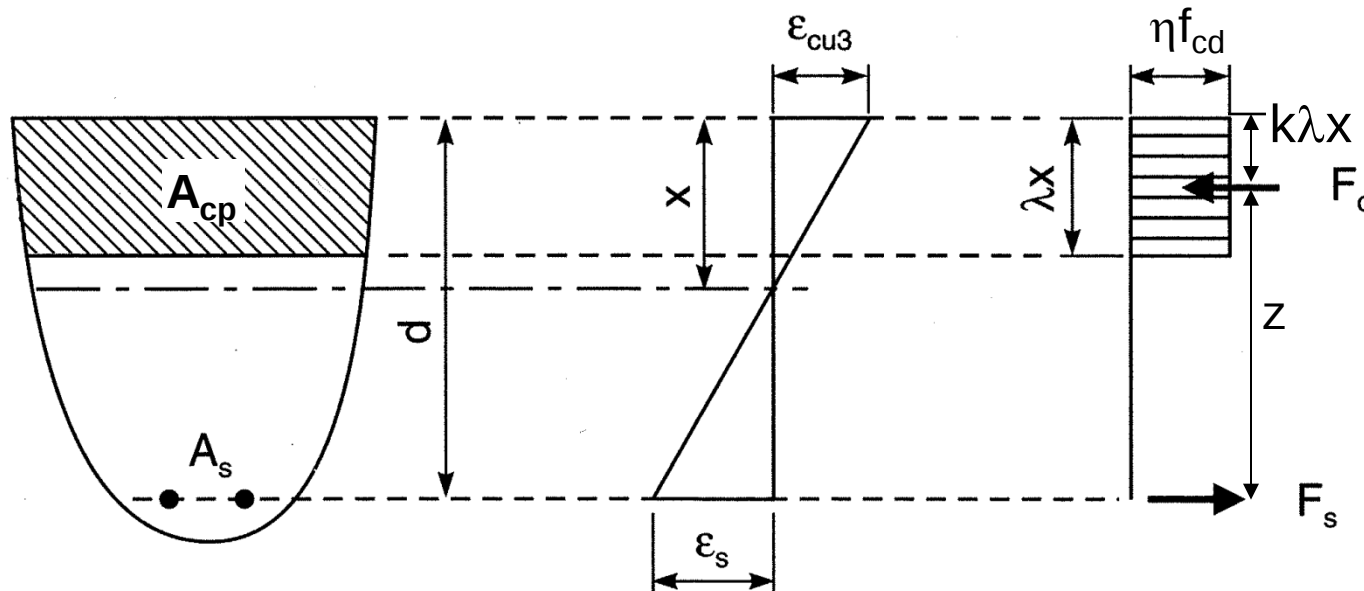
Ved bøjning af normaltarmerede bjælker starter man i den stive, urevnede tilstand – derefter revner bjælken og bliver slappere – til sidst flyder armeringen og revner og deformationer vokser kraftigt



4. Ren bøjning,

Rektangulært tværsnit uden trykarmering.

Normaltarmerede og balancerede tværsnit



$$\epsilon_s = \frac{\epsilon_{cu3}}{x} (d - x)$$

$k=0,5$ i et tværsnit med rektangulær trykzone
 $\eta=1$ og $\lambda=0,8$ for $f_{ck} \leq 50 \text{ MPa}$

Formeludledning

$$\varepsilon_{uk} \geq \varepsilon_s \geq \varepsilon_{yd} \Leftrightarrow \omega_{und} \leq \omega \leq \omega_{bal}$$

Vi antager "**normalarmeret tværsnit**", dvs. flydning i armeringen og knusning i betonen og finder:

$$\sigma_s = f_{yd} \Rightarrow F_s = A_s \cdot f_{yd}$$

$$N = F_c - F_s = 0 \Rightarrow F_c = N + F_s = F_s$$

$$F_c = A_{cp} \cdot \eta f_{cd} \Rightarrow$$

$$A_{cp} = \frac{N + F_s}{\eta \cdot f_{cd}} = \frac{A_s f_{yd}}{\eta \cdot f_{cd}} \Rightarrow$$

$$M_{Rd} = F_s \cdot z = F_c \cdot z$$

z er afstand imellem tyngdepunkterne af trækarmeringen og den plastiske trykzone

Anbefalet E-Eksempel 1.5

Rektangulær trykzone:
Så kan den mekaniske armeringsgrad indføres:

$$\omega = \frac{A_s f_{yd}}{b \cdot d \cdot \eta \cdot f_{cd}}$$

Hvorefter vi finder at:

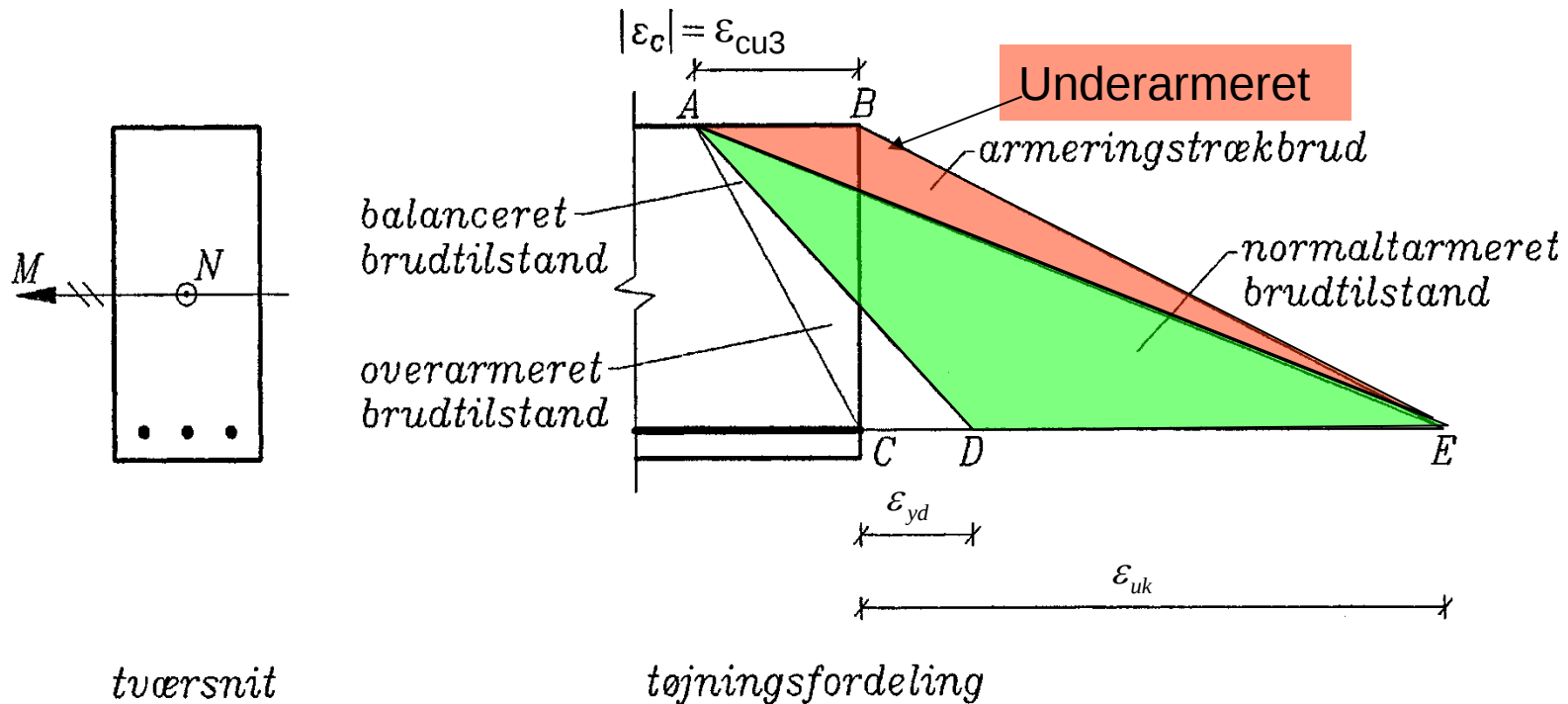
$$\mu = \omega(1 - k\omega)$$

$$M_{Rd} = \mu b d^2 \eta f_{cd}$$

HUSK: Check at det er et normalarmeret tværsnit.

Anbefalet E-Eksempel 1.6

Brudtilstanden: Tøjningsvariationer og armeringsniveauer



Underarmeret tværsnit

$$\varepsilon_s > \varepsilon_{uk} \Leftrightarrow \omega < \omega_l$$



Grænsen til et underarmeret tværsnit er bestemt af trækbrud i armeringen, dvs.

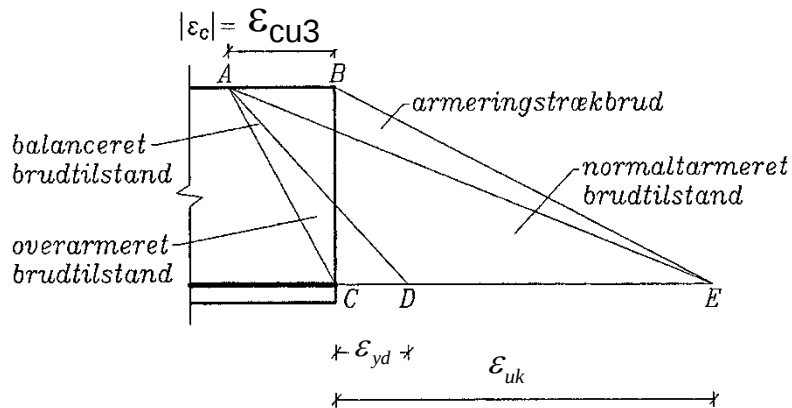
$$\varepsilon_s = \varepsilon_{cu3} \frac{d - x}{x} = \varepsilon_{uk} \Leftrightarrow x = \frac{\varepsilon_{cu3}}{\varepsilon_{cu3} + \varepsilon_{uk}} d \Leftrightarrow \omega_{und} = \lambda \frac{\varepsilon_{cu3}}{\varepsilon_{cu3} + \varepsilon_{uk}}$$

Denne grænse afhænger af armeringstypens brudforlængelse.

I det underarmede tværsnit ignoreres al armeringen og der regnes på den uarmede beton i den elastiske tilstand – men dette tværsnit kan sjældent overføre større bøjende momenter og muligheden udnyttes derfor sjældent.

Balanceret tværsnit

$$\varepsilon_s = \varepsilon_{yd} \Leftrightarrow \omega = \omega_{bal}$$



$$x_{bal} = \frac{\varepsilon_{cu3}}{\varepsilon_{cu3} + \varepsilon_{yd}} d \Rightarrow$$

$$\omega_{bal} = \lambda \frac{\varepsilon_{cu3}}{\varepsilon_{cu3} + \varepsilon_{yd}}$$

Det balancerede tværsnit er det design hvor tøjningen varierer fra $-\varepsilon_{cu3}$ (tryk) i oversiden af tværsnittet til ε_y i trækarmeringen.

Armeringsgrader under den balancerede armeringsgrad giver normaltarmet tværsnit, mens højere armeringsgrader giver overarmerede tværsnit.

Dette er dog under forudsætning af at der ligger tilstrækkelig minimumsarmering i til at undgå underarmeret tilstand.

Overarmeret tværsnit

$$\varepsilon_s < \varepsilon_{yd} \Leftrightarrow \omega > \omega_{bal}$$



Den overarmerede tilstand er ikke behandlet i lærebogen, men kan beregnes ved at sætte

$$\sigma_s = E_s \varepsilon_s$$

hvorefter ligningerne løses mht x således at $N=0$ (der kan evt itereres)

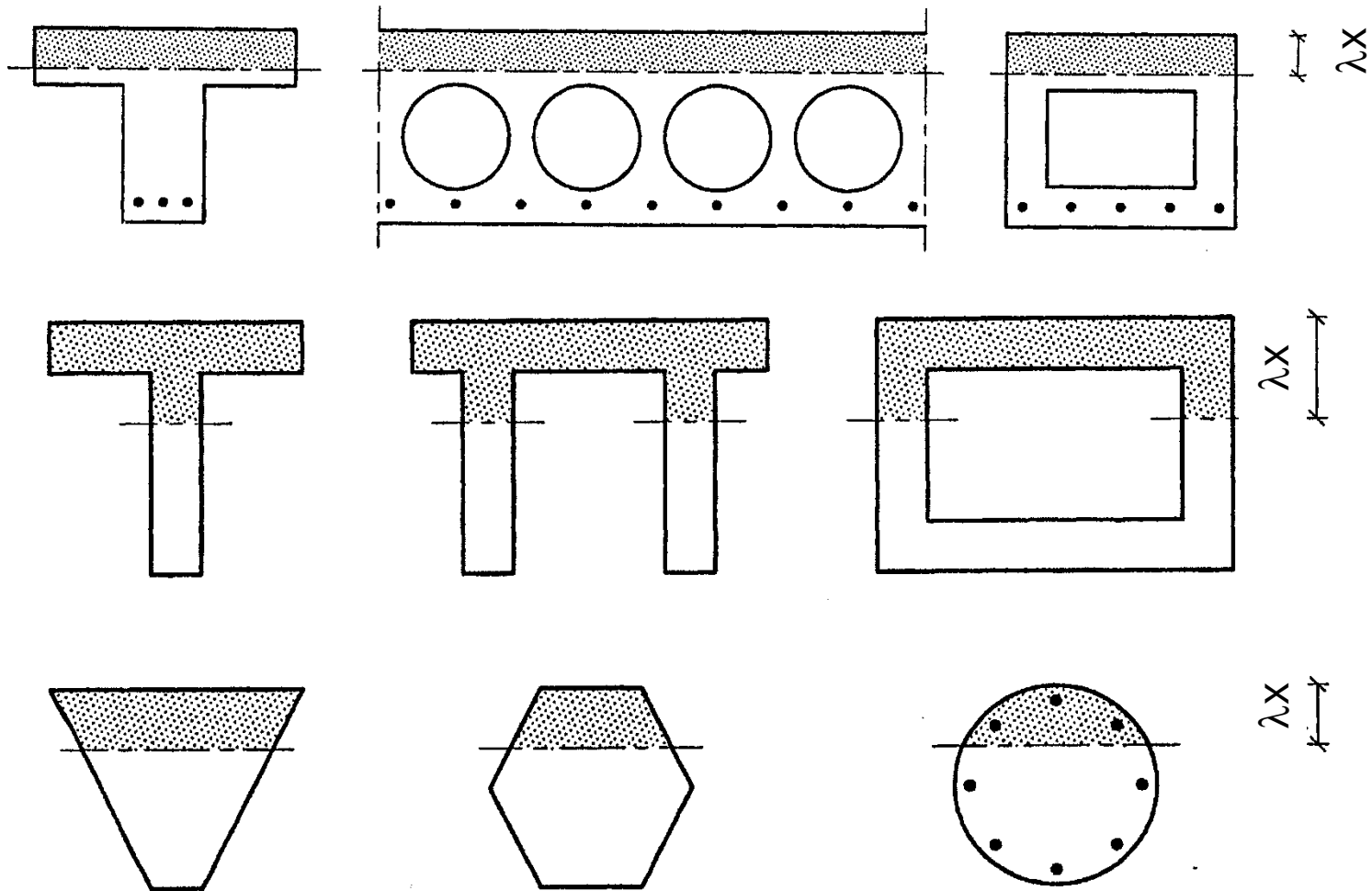
I det overarmerede tværsnit udnyttes armeringens styrke ikke og bruddet er normalt et uvarslet knusningsbrud i toppen.

Overarmerede tværsnit undgås normalt –

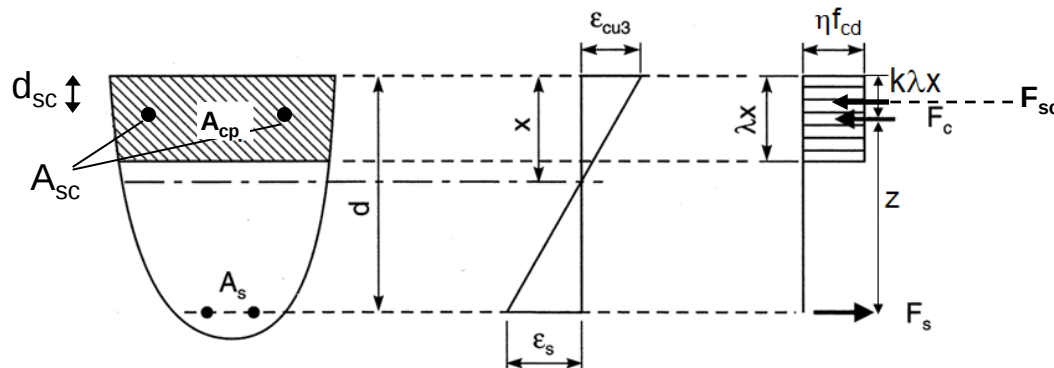
eneste undtagelser er,

- 1) hvis det er nødvendigt af hensyn til nedbøjningerne og/eller
- 2) der bruges forspænding af armeringen eller
- 3) der er tale om et søjletværsnit

5. Andre tværsnit



6. Bøjning med normalkraft



$$N_{Rd} = F_c + F_{sc} - F_s$$

$$= A_{cp}(x)\eta f_{cd} + A_{sc}\sigma_{sc} - A_s\sigma_s$$

$$M_{Rd} = F_c(0,5h - k\lambda x) +$$

$$A_{sc}\sigma_{sc}(0,5h - d_{sc}) + A_s\sigma_s(d - 0,5h)$$

Tøjningerne i armeringen er

$$\varepsilon_s = \frac{d - x}{x} \varepsilon_{cu3} \text{ og } \varepsilon_{sc} = \frac{x - d_{sc}}{x} \varepsilon_{cu3}$$

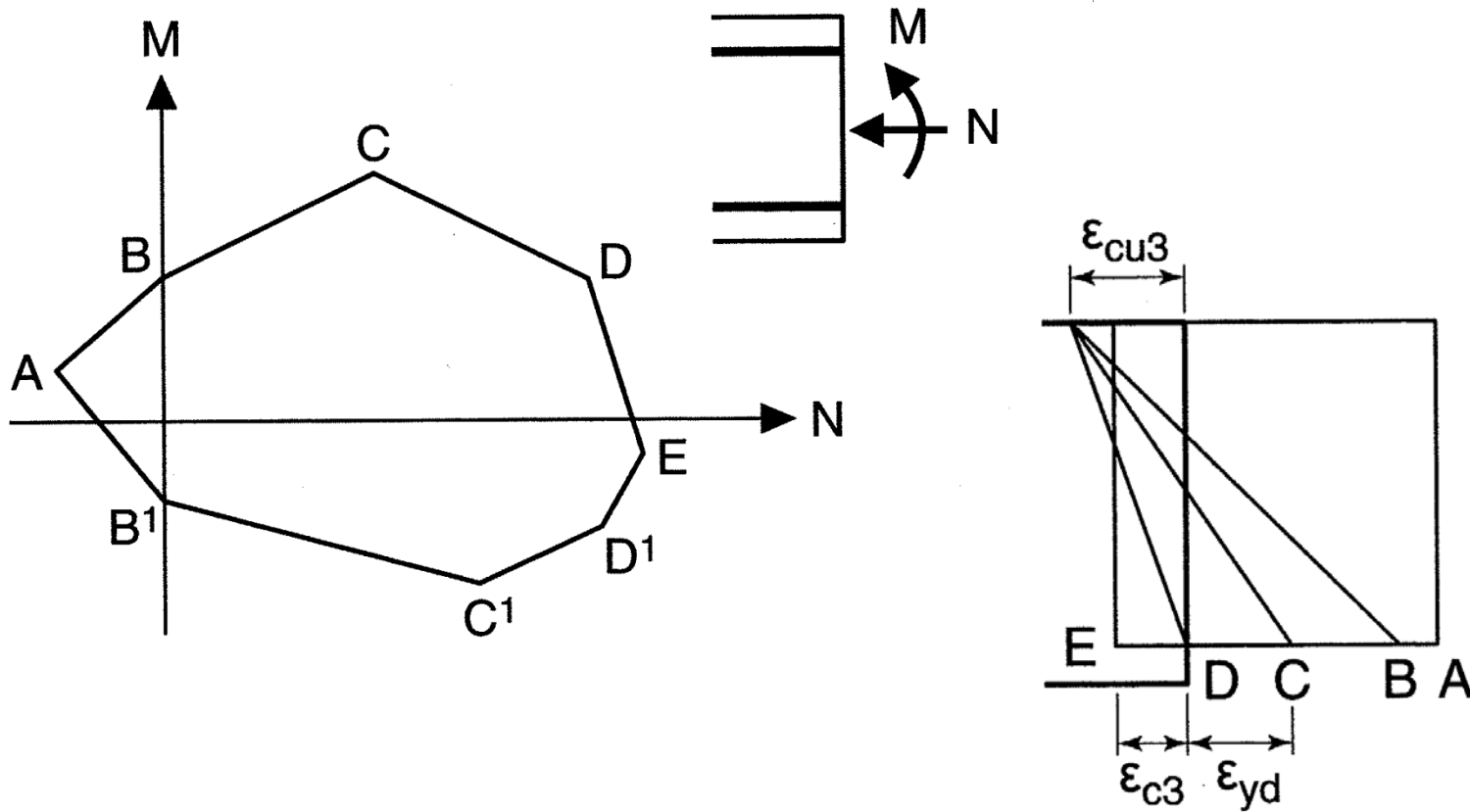
Spændingerne i armeringen er derfor

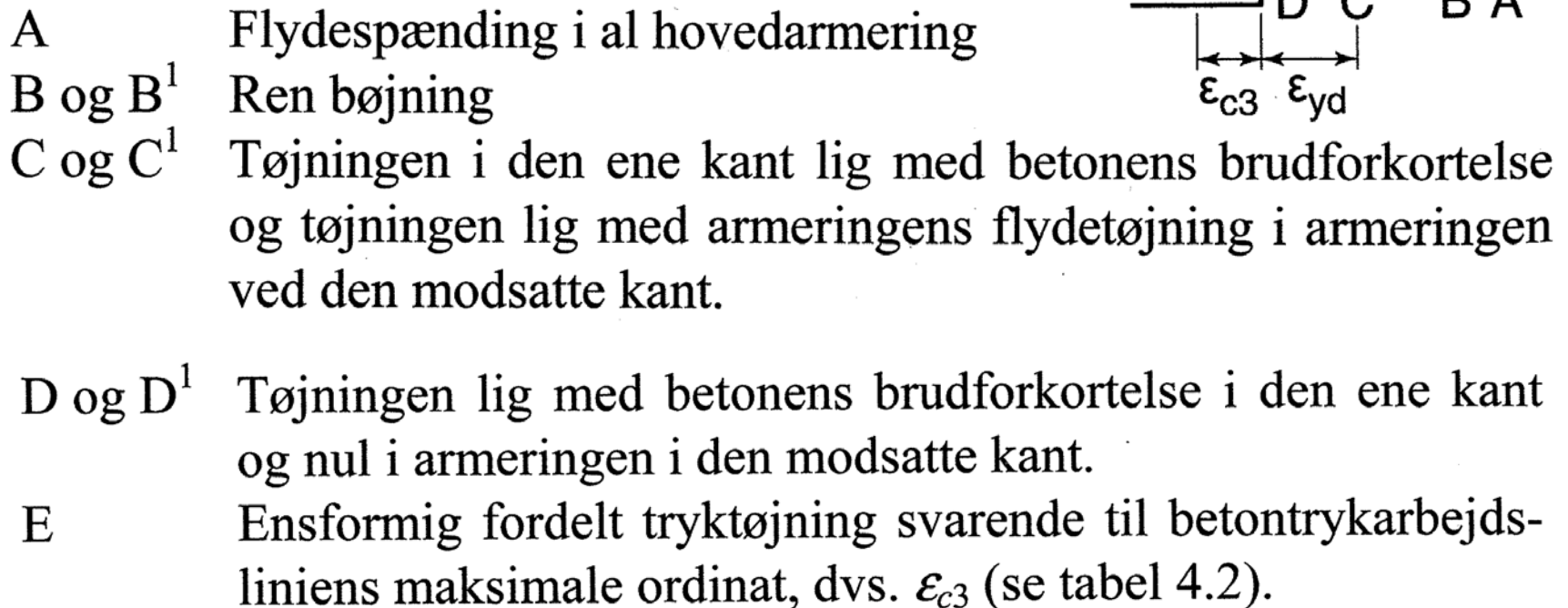
$$\sigma_s = \min(f_{yd}, E_s \varepsilon_s) \text{ og } \sigma_{sc} = \min(f_{yd}, E_s \varepsilon_{sc})$$

Brug iteration (Excel eller lommeregnerens spreadsheet funktion er MEGET velegnet til den slags) eller løs ligningerne (SVÆRT) ... eller lav M-N diagrammer

Anbefalet E-Eksempel 2.1+2.2+2.3

7. Bøjning med normalkraft, M-N diagram





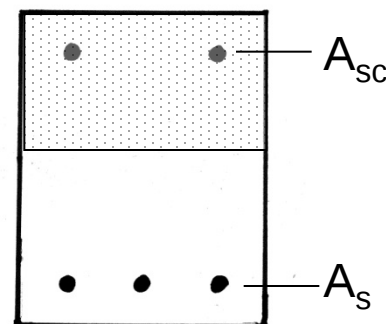
20

M-N Diagram, punkt B¹, C¹ og D¹

Punkterne B¹, C¹ og D¹ beregnes ligesom punkterne B, C og D.

I B, C og D er der positivt moment, som trykker i **oversiden** af bjælken.

Trykarmeringen A_{sc} ligger derfor **øverst** i tværsnittet, mens trækarmeringen A_s ligger **nederst** i tværsnittet.



I B¹, C¹ og D¹ er der negativt moment, som trykker i **undersiden** af bjælken.

Trykarmeringen A_{sc} ligger derfor **nederst** i tværsnittet, mens trækarmeringen A_s ligger **øverst** i tværsnittet.

