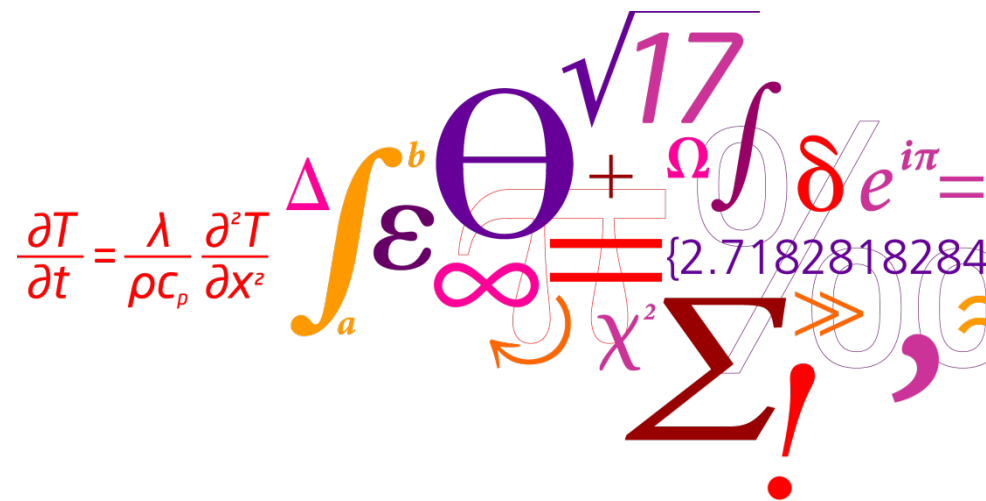


Forskydning ... og lidt forankring

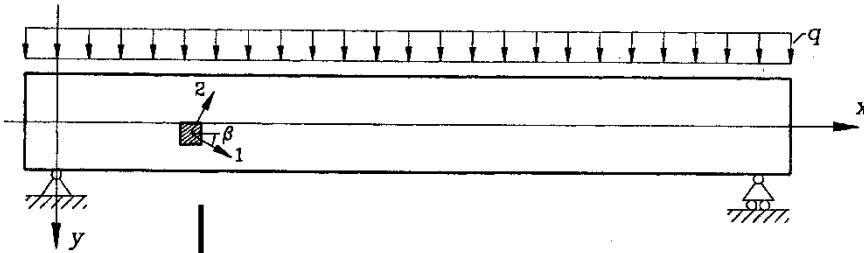
Per Goltermann



A collage of mathematical symbols and formulas. On the left, the heat equation is shown: $\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\lambda}{\rho c_p} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$. To its right is an integral $\int_a^b \epsilon \Theta$. Further right is a large purple Θ with a pink infinity symbol below it. Next to that is a plus sign and a purple Ω . To the right of Ω is an integral $\int \delta e^{i\pi} =$. Below this is a set of curly braces containing the number $\{2.7182818284\}$. Below the braces is a purple χ^2 and a large red summation symbol Σ with an exclamation mark below it. To the right of Σ is a purple greater-than sign $>$ and a purple comma $,$.

1. Belastninger, spændinger og revner i bjælker
2. Forskydningsbrudtyper
3. Generaliseret forskydningsspænding
4. Bjælker uden forskydningsarmering
5. Bjælker med forskydningsarmering

1. Belastninger og spændinger i bjælke



Nær understøtningen vil β være 45° og betonen vil derfor normalt revne under 45° med vandret.

Dette leder til brud i bjælker uden forskydningsarmering.

Derfor indlægges der ofte forskydningsarmering i bjælker.

$$\begin{aligned} \sigma_x &= \frac{M_x}{I_z} y \\ \tau_{xy} &= \frac{VS}{I_z} \frac{wz}{bw} \\ \sigma_y &\approx 0 \end{aligned} \rightarrow \begin{aligned} \sigma_1 &= \frac{1}{2} \sigma_x + \sqrt{\tau_{xy}^2 + \left(\frac{1}{2} \sigma_x\right)^2} \\ \sigma_2 &= \frac{1}{2} \sigma_x - \sqrt{\tau_{xy}^2 + \left(\frac{1}{2} \sigma_x\right)^2} \\ \tan 2\beta &= 2 \frac{\tau_{xy}}{\sigma_x} \end{aligned}$$

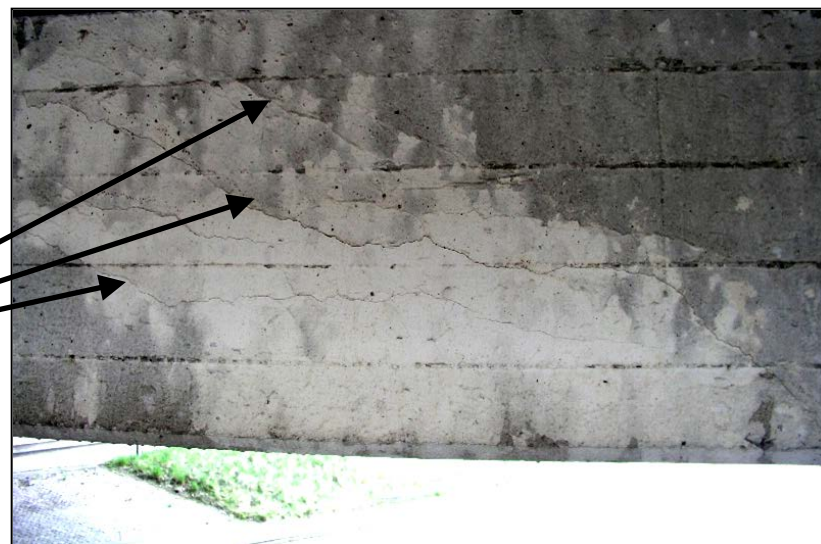
Bemærk: 1) Elastisk spændingsfordeling og
2) Bøjning og forskydning virker sammen

2. Forskydningsrevne ved vederlag

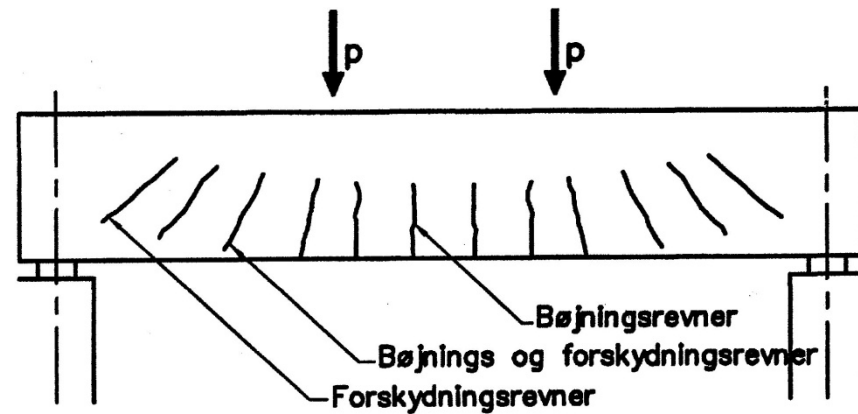
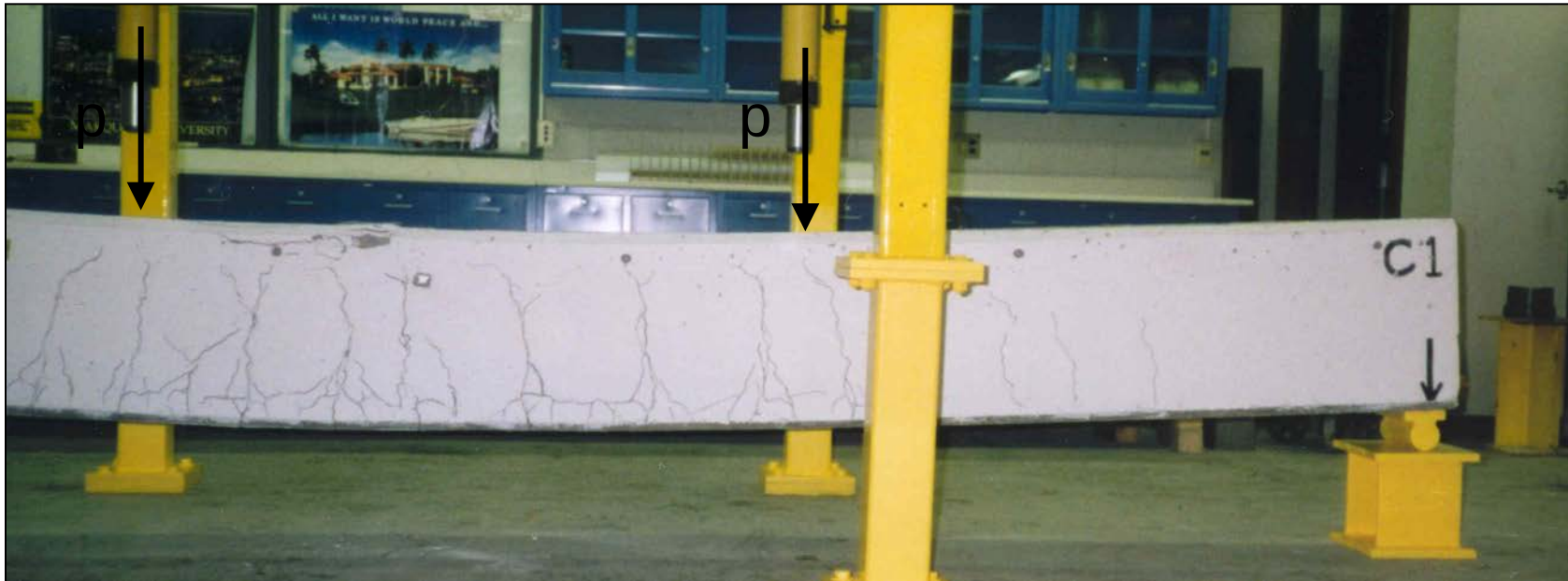


Forskydningsrevner løber normalt under ca. 45° med lodret

I bjælker med forskydningsarmering er der ofte flere, parallelle revner



Revner i konstruktioner ved brud



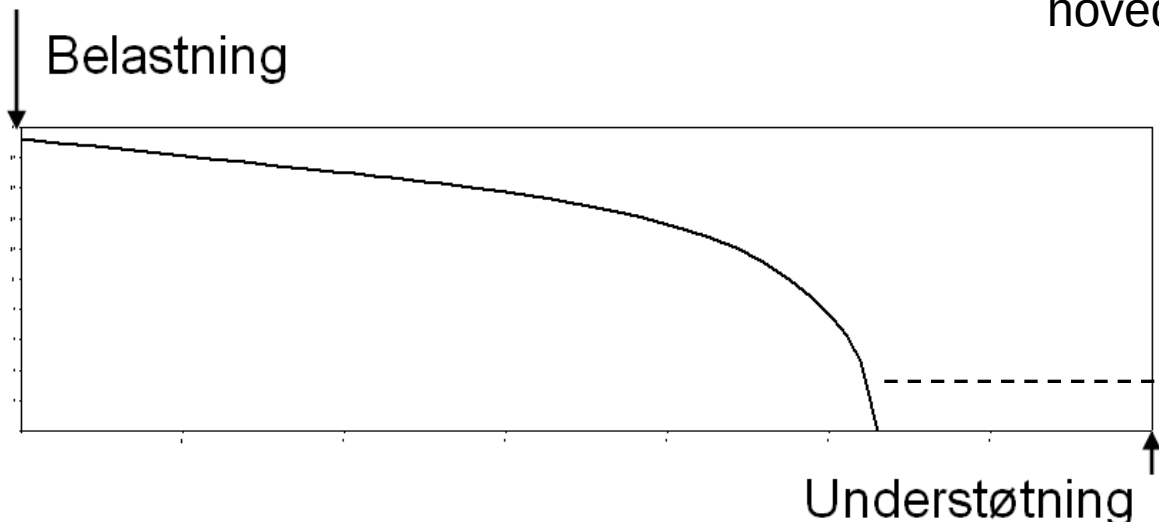
Testning af dækelement i forskydning



Forskydningsrevner i bjælker (eller dækelementer) uden forskydningsarmering udvikler sig hurtigt til brud.

Her er forskydningsbruddet kombineret med udrivning af armeringen

Startrevnen følger hovedspændingsretningerne

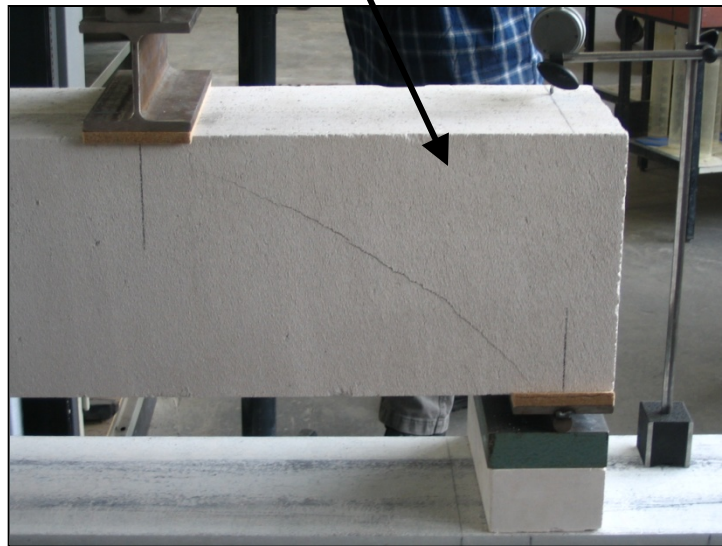


Testning af bjælker i forskydning

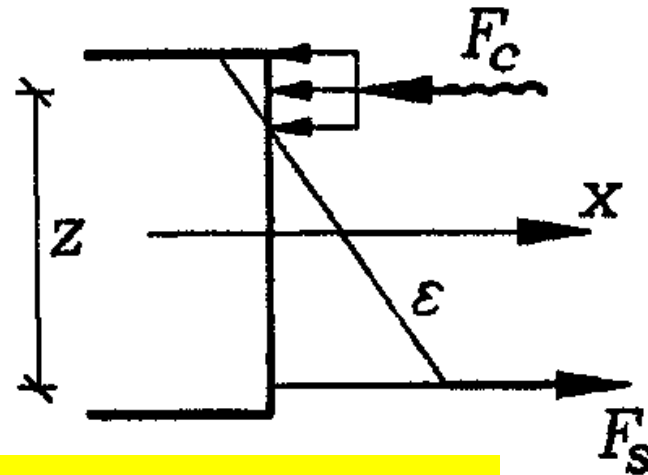
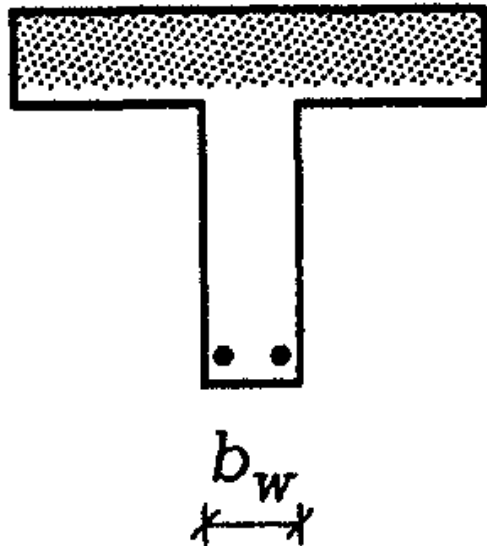


Billederne viser typisk forløb af forskydningsrevnen og efterfølgende brud.

Der var ca. 10 sekunder og 5 % belastningsøgning imellem de to billeder



3. Generaliseret forskydningspænding



z er den indre momentarm

$$\tau = \frac{V}{b_w z}$$

Bemærk: Plastisk spændingsfordeling

4. Bjælke uden forskydningsarmering

$$V_{Rd,c} = \tau_{Rd,c} \cdot b_w d$$

$$\tau_{Rd,c} = \frac{0,18}{\gamma_c} k (100 \rho_l f_{ck})^{1/3} + 0,15 \sigma_{cp}$$
$$\geq 0,035 k^{3/2} \sqrt{f_{ck}} + 0,15 \sigma_{cp}$$

$$\tau_{Rd,max} = 1/2 \nu_v f_{cd}$$

$$\nu_v = 0,7 - f_{ck} / 200$$

$$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \leq 2$$

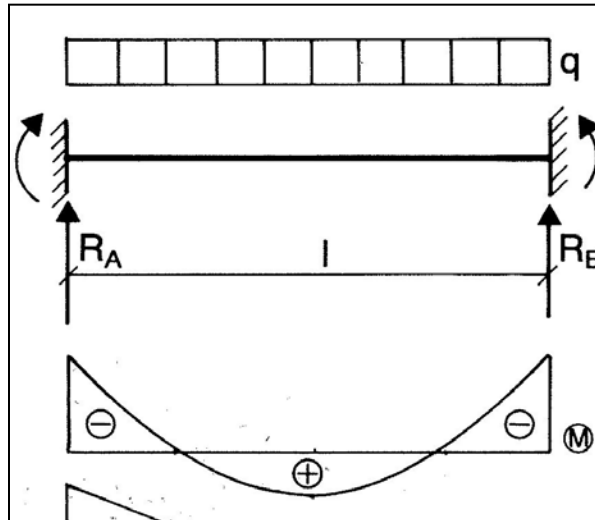
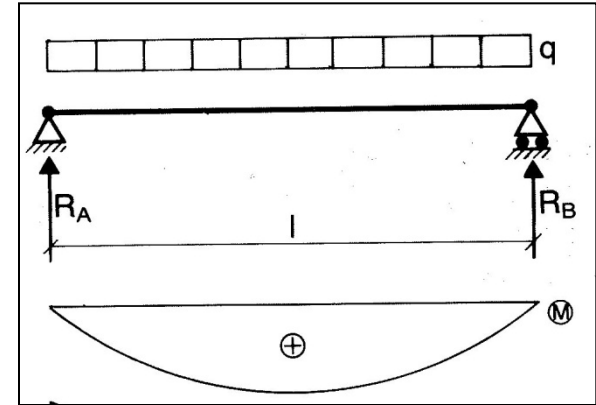
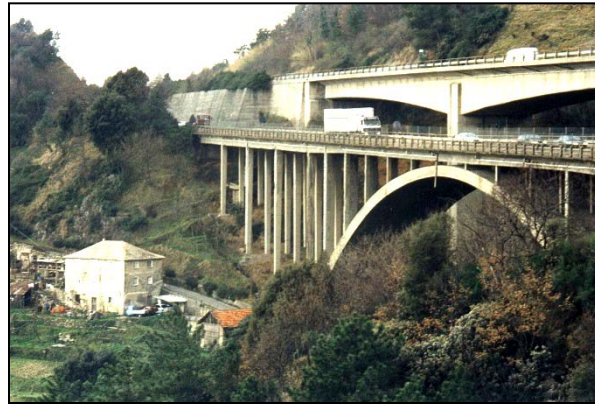
$$\rho_l = A_s / (b_w d) \leq 0,02$$

Her tages hensyn til:

- 1) betonstyrke (f_{ck}),
- 2) langsgående trækarmering (A_s),
- 3) størrelseseffekt (k),
- 4) forspænding og trykkraft (σ_{cp})

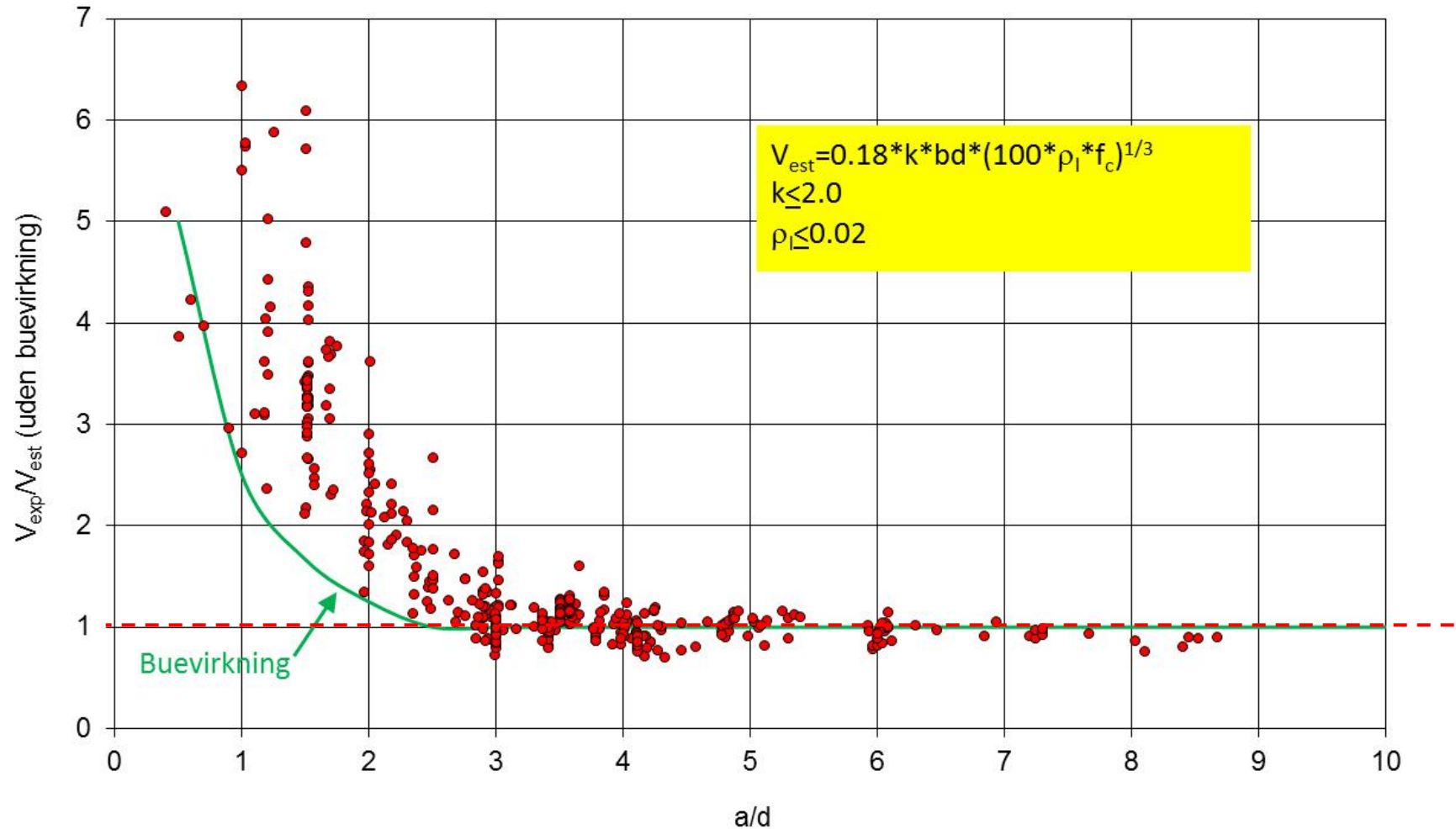
Formlen er 100 % empirisk baseret, men er rimelig god

Trykbuer: Betonen bruges i rent tryk

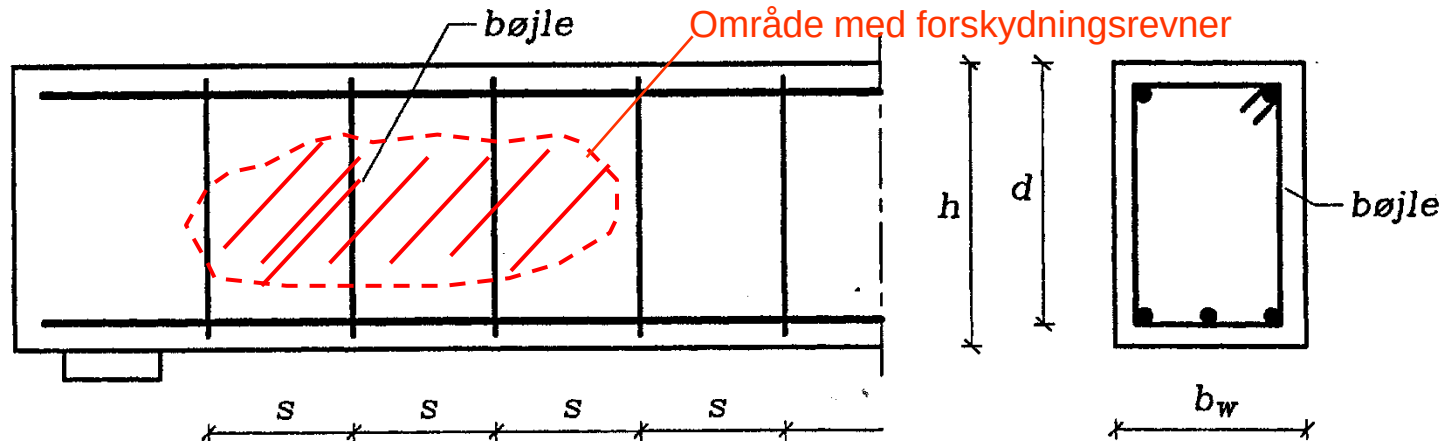


En trykbue, (hvor der løber en konstant trykkraft) kan overføre et moment med samme variation som buens afstand fra en vandret linie

Buevirkning ($x/d < 2,5$)



5. Bjælker med forskydningsarmering



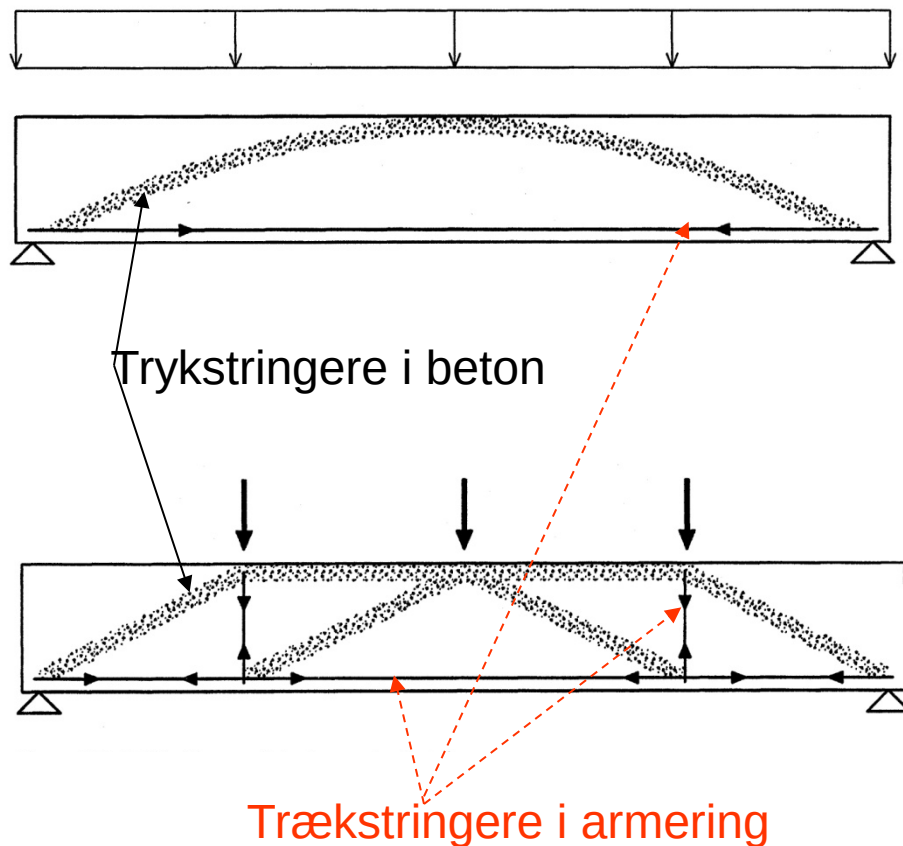
Bøjler anvendes bl.a. for at kunne overføre kræfter efter at der er opstået forskydningsrevner, typisk under 45° med vandret.

Det endelige brud vil så optræde ved højere belastning.



Youtube: Construct2800Lyngby + "Øvik Bridge Failure TV"

Diagonaltrykmetoden, princip

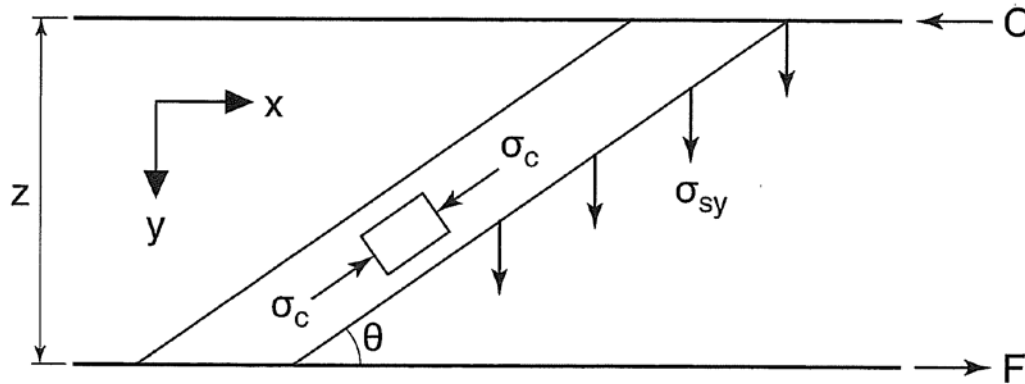


Trykstringer: Brug betonen til at optage trykket i – ligesom på en gammel buebro – eller i murværks konstruktioner.

Trækstringer: Armeringen optager så de nødvendige trækkræfter.

Designeren VÆLGER næsten frit hvordan tryk- og trækstringere placeres – bare der er statisk ligevægt.

Diagonaltrykmetoden, bøjler



Der er to mulige
brudformer:
Enten
1) flydningsbrud i
bøjlerne eller
2) knusning i
betontryklamellerne.

$$n_w = \frac{z \cot \theta}{s} \quad \leftarrow \text{Antal bøjler igennem skrå snit}$$

Forskydningsbæreevne i snit
ved flydning i lodrette bøjler.

$$V_{Rd} \leq V_{rd,w} = n_w A_{sw} f_{yd} = \frac{z \cot \theta}{s} A_{sw} f_{yd}$$

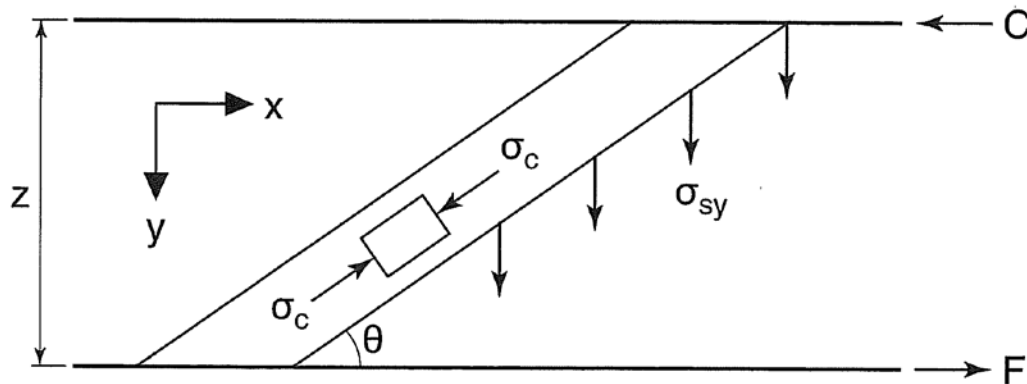
Diagonaltrykmetoden, bøjler

Minimumsbøjlekrav:

$s \leq 0,75d$ ← Alle skrårevner skal ramme mindst en bøjle

$s \leq 15,9 \frac{A_{sw}}{b_w} \frac{f_{yk}}{\sqrt{f_{ck}}}$ ← Bøjlerne skal have en styrke i forhold til betonen

Diagonaltrykmetoden, trykstringer



Der er en risiko for knusning af betontryklamellerne ved bøjler og langsgående armering, derfor begrænses trykspændingen til

$$\sigma_c \leq \nu_v f_{cd}$$

$$\sigma_c \leq \nu_v f_{cd} \Leftrightarrow$$

$$V_{Rd} \leq V_{Rd,c} = \sin \theta \cdot \nu_v f_{cd} \cdot b_w \cdot z \cos \theta$$

$$= \nu_v f_{cd} b_w z \frac{\cot \theta}{1 + \cot^2 \theta}$$

Forskydningsbæreevne i snit ved knusning i trykstringer ved i lodrette bøjler.

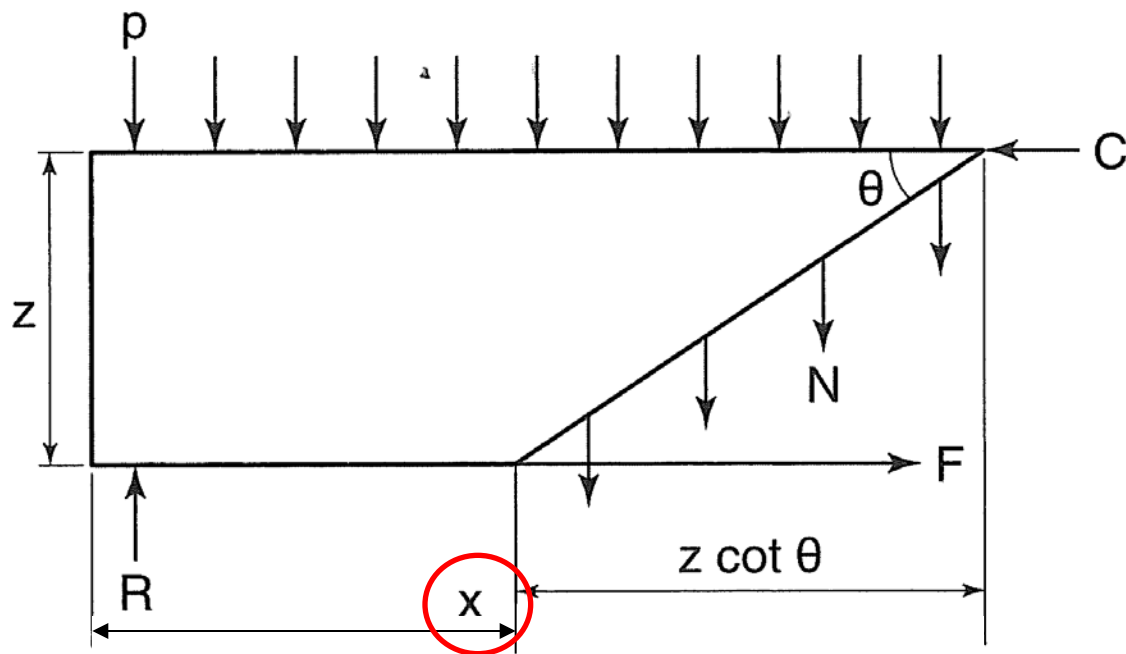
Forsøg på BYG.DTU har fastlagt effektivitetsfaktoren til

$$\nu_v = 0,8 - f_{ck} / 200$$

hvorimod EC2 bruger et mere konservativt udtryk

$$\nu_v = 0,7 - f_{ck} / 200$$

Diagonaltrykmetoden, trækarmering



Skrårevneeffekten:

Bemærk at trækarmeringen udnyttes til både optagelse af bøjende moment og af forskydningskraften.

De to påvirkningen skal lægges sammen:

$$F_C = \frac{M(x)}{z} + \frac{1}{2}V(x)\cot\theta \leq F_{\max} = \sigma_s A_s \Leftrightarrow$$

$$V_{rd} \leq V_{rd,l} = \frac{2F_{\max}}{\cot\theta} = \frac{2\sigma_s A_s}{\cot\theta} \leq \frac{2f_{yd}A_s}{\cot\theta}$$

Gælder ved $M(x)=0$ og fuldt forankret armering (ellers reduceres f_{yd} til maksimalt mulig spænding σ_s)

Det er nødvendigt at betonen har fat om armeringsstangen over en vis længde for at man kan udnytte armeringens styrke. Basisforankringslængden $l_b/\emptyset$ bestemmes (for $\emptyset \leq 32$ mm) som

Styrkeklasse f_{ck} (MPa)	12	16	20	25	30	35	40	45	50	55	60-90
$f_{yk} = 550$ MPa	79	65	56	48	43	39	35	33	30	29	28
$f_{yk} = 500$ MPa	72	59	51	44	39	35	32	30	28	27	26
$f_{yk} = 410$ MPa	59	48	42	36	32	29	26	24	23	22	21

Anvendes der kortere forankringslængder end l_b , så reduceres den spænding der kan udnyttes

$$l_{b,rqd} \geq l_b \frac{\sigma_s}{f_{yd}} \Leftrightarrow \sigma_s \leq f_{yd} \frac{l_{b,aktuel}}{l_b}$$

Det er ofte et problem at sikre den nødvendige forankring hvis vederlagsdybden er lille. Forankringen kan dog forbedres ved tværarmering, opbukning, bøjler og meget mere

Diagonaltrykmetoden, hældning θ



Hældningen θ af trykstringerne kan **vælges frit** – dog giver for store værdier anledning til for store forskydningsrevnevidder. **Forskellige lande angiver derfor forskellige grænser** for hvad værdi, der kan vælges – men DK bruger:

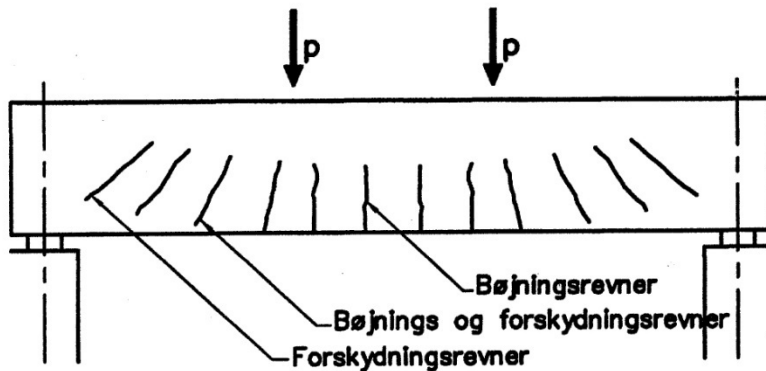
$$\tan\left(\frac{\alpha}{2}\right) \leq \cot \theta \leq \begin{cases} 2,0 & \text{hvis afkortet længdearmring anvendes} \\ 2,5 & \text{hvis afkortet længdearmring ikke anvendes} \end{cases}$$

α er bøjlernes hældning

$\tan\left(\frac{\alpha}{2}\right) = 1$ ved lodrette bøjler - som er det normale

Anbefalet E-eksempel 1.7 og 1.8

Lodrette eller skrå bøjler ?



Skrå bøjler giver den mindste forskydningsrevnevidde – men er ret besværlige – ofte foretrækkes lodrette bøjler af produktionstekniske grunde.

