

Concrete Structures - Betonkonstruktioner

Design af konstruktionsdele



Per Goltermann

Department of Civil Engineering

Design af konstruktionsdele – hvordan gør vi det ?

I kurset betonkonstruktioner lærer vi at forstå hvordan betonkonstruktionerne virker, vi lærer at regne på et givent design, således at vi kan verificere at det valgte design opfylder kravene – eller afvise at det opfylder kravene. Den gennemgående linie i kurset er at finde ud af, hvordan tingene virker og hvordan vi regner på dem - for så er vi i derefter stand til at vurdere ethvert design – men det er IKKE et kursus, hvor konstruktionsdelene designes.

Vi har derfor brug for noget til brug udenfor kurset i hvordan vi designer delene i en konstruktion: Vi kan naturligvis altid gætte os frem, regne på det gættede design og så justere passende – men det bliver ofte ret tidskrævende.

Der er aldrig kun eet design, der opfylder krav og ønsker: Der er dog metoder og tankegange der letter arbejdet – men vi kan faktisk lave alt, bare vi viser, at det fungerer.

Jeg vil derfor beskrive en struktur i designprocessen, der normalt fungerer godt og give råd om hvor der kan findes væsentlige, ekstra informationer.

Jeg vil i dette notat præsentere en serie designhistorier, som leder frem til nogle af de design som studerende regner på i deres øvelser. Der vil ikke være en designhistorie for hver af øveopgaverne, men der vil være en relevant del af en designhistorie for hver uge i kurset. Vores viden om design af konstruktioner kan på denne måde vokse parallelt med undervisningen i kurset og kan anvendes i projektarbejder udenfor kurset eller give et bidrag til vores første projekter ude i erhvervslivet.

Designhistorierne vil lede frem til de design, som vi har gennemregnet som øveopgaver og repræsenterer reelt mit arbejde med at udvikle realistiske øveopgaver, men vil også give jer en indføring i praktisk design af konstruktionsdele (bjælker, søjler og plader) er.

Når I har regnet designene efter i øveopgaverne kan I også vælge at kaste jer over at forbedre designet og se hvad der virkelig betyder noget for designets performance. Dette understøtter dette notat også, da der er angivet nogle designudfordringer, der typisk løses ved at justere i det design I har gennemregnet i opgaverne ... og den erfaringsudvikling varer resten af livet.

Venlig hilsen

Per Goltermann

Struktur i designprocessen

Starten på ethvert projekt er at fastlægge hvad kravene og behovene er. Bliver dette ikke gjort tilstrækkeligt, så kan vi blive tvunget til at lave store dele af arbejdet om. Konstruktionens virkemåde skal således checkes i det tidlige stadie, så vi kan være sikre på at det er muligt, at føre kræfterne igennem konstruktionen og ned til et fundament med den nødvendige styrke. Vi skal også på et tidligt tidspunkt checke om det er muligt at få vores konstruktioner til at spænde langt nok til at opfylde alle ønskerne, således at vi på et tidligt tidspunkt kan placere de bærende konstruktioner i deres korrekte positioner.

Vi antager i dette notat dog, at det mål er nået på dette tidspunkt, hvor vi skal til at designe vores bærende konstruktionselementer og vi fokuserer derfor på hvordan vi designer disse elementer.

Krav til konstruktionen og konstruktionselementerne

Vi vil møde krav fra bygherrer, arkitekter, myndigheder, brugere og fra andre ingeniører. Kravene kan typisk omfatte

- Geometriske begrænsninger
- Lydisolering
- Holdbarhed
- Nedbøjning
- Bæreevne

Disse punkter forklares lidt mere nedenfor

Krav til anvendelsen og begrænsninger af geometri

Krav er oftest relaterede til konstruktionens anvendelse og er for konstruktionsdesigneren et spørgsmål om at sikre bæreevner og begrænse nedbøjninger. Der kan dog også være begrænsninger for designets geometri. Her menes der, at der er et krav om en vis spændvidde, at der ofte er et ønske om en højde i etagen, at der kan være en begrænsning på bjælkers højde pga etagehøjde, placering af nedhængte lofter eller blot føring af ventilationskanaler og andre installationer.

Der kan dog også være tale om arkitektoniske krav om at fx søjlers tværsnit skal passe med gulvfliser eller loftsplader eller blot et ønske om at bredden af en bjælke skal harmonere med bredden af det konstruktionselement, der understøtter bjælken.

Det er en særdeles god ide at få afklaret disse ting tidlig i processen og få fastlagt nogle overslagsdimensioner (= gode gæt på hvor store tværsnittene skal være), så man på et tidligt tidspunkt kan afklare konfliktende behov. Vi plejer selv, at erfare dette på det første projekt hvor vi arbejder sammen med andre faggrupper end betonkonstruktionsfolk.

Lydisolering

Vi ved selv, at det er rart hvis man ikke kan høre alt naboen siger og gør. Bygningsreglementet og kunderne stiller ofte krav om en vis lydisolering og der er beton rimelig god til at dæmpe lyden. Teknisk Ståbi, kapitel 11.4 præsenterer en del krav om det og viser også hvor tyk en betonvæg eller etageadskillelse skal være for at levere denne lydisolering.

Dette krav vil ofte påvirke tykkelsen af vægge og etageadskillelser, men vil sjældent påvirke søjle og bjælkedimensioner. Anvendes T-formede bjælke i etageadskillelsen kan dette dog påvirke valget af topflangens tykkelse.

Holdbarhed

Vi ved selv, at stål og armering kan ruste, hvis der kommer vand og salt til armeringen. Vi kan derfor klassificere hvor skrap et miljø vores betonkonstruktion skal stå i (Betonlærebogen, kapitel 3 eller Teknisk Ståbi, kapitel 5).

Vi kan slå op hvad krav der er til betonens trykstyrke, dæklagets tykkelse og hvor store revner der må være. Dette vil i de fleste tilfælde bestemme en tilstrækkelig trykstyrke til at opnå et rimeligt design.

Nedbøjning

Vi finder næppe normsatte krav for hvor store nedbøjningerne må være, de må bare ikke være for store. Dette er noget der normalt skal afklares med bygherre og andre involverede, men er der ikek specielle behov i byggeriet, så er det normal praksis at designe for en max nedbøjning på

- $L/150$ for den enkelte konstruktionsdel, der hverken har væsentlig personfærdsel, understøtter eller hviler på andre konstruktionsdele (typisk tage med hældning)
- $L/250$ for den enkelte konstruktionsdel, hvor personer færdes på
- $L/500$ for konstruktionsdele, der støtter på eller understøtter andre konstruktionsdele (typisk hvor der er kontakt inde i spændet, hvor der bjælken eller pladen får nedbøjninger)

Disse krav kan vi finde i lærebogen, i angivelser fra praksis o.lign. og de er et godt udgangspunkt for designet.

Bæreevne

Vi kan slå op i lastnormen og finde typiske belastninger på konstruktioner af forskellige typer. De væsentligste dele er også gengivet i Teknisk Ståbi, kapitel 4.

Vi skal dog altid undersøge om der er andre belastninger, som konstruktionen skal kunne bære. Dette kan være tunge maskiner eller blot et ønske om senere at kunne udnytte konstruktionen til andre ting end det, den først anvendes til.

Vores design af de bærende elementer

Vi starter altid med at få fastlagt kravene til konstruktionselementets anvendelse og begrænsningerne i dets geometri, derefter gør vi som følger

1. Checker krav til lyd: Dette kan give en minimumstykkelse af vægge og etageadskillelser.
2. Bestemmer miljøklassen: Denne fastlægger minimumsstyrker, dæklag og revnevidder
3. Fastlægger overslagsdimensioner: Disse kan fastlægges vha. anvendelse af Teknisk Ståbi, kapitel 5.6, der for normale konstruktioner sikrer at man vil kunne få et rimeligt design (vi kan også gøre andet og vil blive nødt til at gøre andet hvis designet er udenfor TS's erfaringsområde. Man har på dette tidspunkt ikke fastlagt armeringsarrangementet, men det er her at man finder ud af hvad fornuftige dimensioner vil være.
Når man kender disse dimensioner, så kan man gå i dialog med de andre parter i byggeriet for at se om der er konflikter pga geometrien. Man kan på dette tidspunkt beregne egenlasterne og dermed have et indtryk af hvilke kræfter der skal ledes igennem konstruktionen.
4. Design af armeringsarrangementet: Det kan forekomme simpelt, da der jo blot skal være tilstrækkelig meget armering i til at opfylde minimumskravene (lærebogen, kapitel 3) og til at sikre bæreevner, nedbøjninger og revnevidder. Det er dog i høj grad dette design der kræver de store mængder beregninger og tegninger.

Disse ting er i øvrigt gennemgået i kursets sidste forelæsning (lektion B13), som jeg anbefaler, at I ser før I går i gang med at designe et betonbyggeri.



Ved eftervisning af de grove design vi har udført med de metoder jeg viser i notaterne så er det et krav at vi for alle konstruktionsdele checker anvendelsestilstand og brudtilstand, dvs. nedbøjninger af dæk og bjælker, revnevidder, bæreevner og kombinationer af udnyttelserne for de forskellige bæreevner.

Det grove design gør det muligt for os at sætte dimensioner på, men eftervisningen skal stadig foretages som vi gør det i løsningerne.

Vi kan derefter give os til at optimere og forenkle vores konstruktionsdesign ved at variere på styrker og dimensioner.

Jeg har udformet en række små designudfordringer, beregnet på at man efter at have eftervist sit design (som i opgaveløsningerne) kan prøve at optimere designet. Dette vil normalt medføre at man opnår en god erfaring med hvad der betyder noget og hvad der ikke har så meget betydning for ens designs styrke og stivhed. Der er så mange designudfordringer at det passer med en for hver uge på kurset.

Oversigt over designhistorierne

Ugens undervisning	Ugens designhistorie
Session B1: Introduktion, historie og materialer, sikkerhed Pensum: Jensen, B.C.: "Betonkonstruktioner efter DS/EN 1992-1-1", kapitel 1+2	Designhistorie B-02 forklarer hvordan vi vælger vores betonstyrke aht holdbarhed.
Session B2: Bjælker i anvendelsestilstand Pensum: Jensen, B.C.: "Betonkonstruktioner efter DS/EN 1992-1-1", kapitel 4.2	Designhistorie B-03 forklarer hvordan vi vælger vores trykstyrke aht holdbarhed, vælger tværsnit og vælger armering for at få en tilstrækkelig stivhed (historien fortsætter i flere uger).
Session B3: Bøjning i brudgrænsetilstand Pensum: Jensen, B.C.: "Betonkonstruktioner efter DS/EN 1992-1-1", kapitel 4.3	Designhistorie B-03 forklarer hvordan vi vælger armering for at opnå den nødvendige bøjningsbæreevne (historien fortsætter).
Session B4: Bøjning med normalkraft Pensum: Jensen, B.C.: "Betonkonstruktioner efter DS/EN 1992-1-1", kapitel 4.3	Designhistorie B-05 forklarer hvordan vi designer et tværsnit til at bære en kombination af bøjning og normalkraft.
Session B5: Forskydning og gennemlokning Pensum: Jensen, B.C.: "Betonkonstruktioner efter DS/EN 1992-1-1", kapitel 5 + kapitel 3.1 + kapitel 9.1	Designhistorie B-03 forklarer hvordan vi fastlægger den nødvendige bøjlearmering og checker forankring for at opnå den nødvendige forskydningsbæreevne. Designhistorie B-07 forklarer hvordan vi designer en forstærkning mod gennemlokning ved at øge tykkelsen lokalt.
Session B6: Vridning Pensum: Jensen, B.C.: "Betonkonstruktioner efter DS/EN 1992-1-1", kapitel 6	Designhistorie B-08 forklarer hvordan vi designer en bjælke med et omvendt T-tværsnit, påvirket af bøjning, forskydning og vridning.
Session B7: Kontinuerte bjælker Pensum: Jensen, B.C.: "Betonkonstruktioner efter DS/EN 1992-1-1", kapitel 10.1	Designhistorie B-09 forklarer hvordan vi kan klemme bjælkens højde ved at udnytte en mellemunderstøtning, udnytte kontinuiteten og samtidig få gavn af armeringen i bjælkens overside.

Ugens undervisning	Ugens designhistorie
Session B8: Søjler, centralt belastede Pensum: Jensen, B.C.: "Betonkonstruktioner efter DS/EN 1992-1-1", kapitel 7	Designhistorie B-10 forklarer hvordan vi kan fastlægge søjlebredder, materialestyrker og minimumsarmering i en centralt belastet søjle.
Session B9: Søjler, bjælkesøjler Pensum: Jensen, B.C.: "Betonkonstruktioner efter DS/EN 1992-1-1", kapitel 7	Designhistorie B-12 forklarer hvordan vi finder materialestyrke, vægtykkelse og armering i en tværbelastet kældervæg. Designhistorie B-13 forklarer hvordan vi designeren excentrisk belastede søjle.
Session B10: Plader, generel teori og nedbøjninger Pensum: Goltermann, P.: "Reinforced concrete slabs, Design and analysis", kapitel 1, 2 og 3	Designhistorie B-14 forklarer hvordan vi designer en enkeltspændt plade.
Session B11: Plader, nedreværdier og strimmelmetoden Pensum: Goltermann, P.: "Reinforced concrete slabs, Design and analysis", kapitel 4 og 5	Designhistorie B-15 forklarer hvordan vi designer en plade til en etageadskillelse med et hul i pladen. Designhistorie B-16 forklarer hvordan vi efterviser en plades bæreevne som etageadskillelse i et eksisterende byggeri der ombygges kraftigt. Vi vurderer hvad etageadskillelsen kan klare og om der er belæg for at lave mere detaljerede beregninger.
Session B12: Plader, brudliniemetoden Pensum: Goltermann, P.: "Reinforced concrete slabs, Design and analysis", kapitel 6	Designhistorie B-16 forklarer hvordan vi vurderer hvad etageadskillelsen maksimalt kan klare og checker om der er nogen grund til at lave mere detaljerede beregninger.
Session B13: Praktisk dimensionering Pensum: Jensen, B.C.: "Betonkonstruktioner efter DS/EN 1992-1-1", kapitel 3.3 + overheads	Designhistorie B-18 forklarer hvordan vi designer en 3-sidet understøttet plade med et stort hul og et areal med højere last end resten af pladen (baseret på sessionerne B11 og B12) hul). Opgave B-19 har ingen designhistorie, da den reelt er en opgave i praktisk design og i om det kan betale sig at regne mere detaljeret på tingene.

Designhistorien bag opgave B-02

Krav til anvendelsen og begrænsninger af geometrien: En entreprenør skal udføre en betonkonstruktion, der placeres i indendørs i et miljø, hvor der kan forekomme lidt tøsalt og vand. Betonen skal derfor opfylde kravene til betonkonstruktioner i moderat miljø (lærebogen, kapitel 3), hvor der stilles krav til trykstyrke, dæklag og revnevidder. Byggeriet udføres om vinteren, hvor temperaturen er 10°C og den relative luftfugtighed er 70 %. Entreprenøren ønsker, at vide om søjler og kantbjælker vil få svindrevner, da dette kan have betydning for holdbarheden (og det er et spørgsmål som vi undersøger i opgaven).

Der skal i byggeriet udføres en række små søjler, kantbjælker og plader i beton, som iflg entreprenørens beregninger kan afformes når trykstyrken f_{ck} overstiger 15MPa. Entreprenøren ønsker at kunne afforme hurtigst muligt og har derfor brug for at vide hvornår denne styrke er opnået.

Miljøklasse og betonstyrke: Da betonen er i moderat miljøklasse skal f_{ck} mindst være 25MPa. Vi vælger denne styrke til vores beton.

Overslagsdimensioner: Vi ved på nuværende tidspunkt intet om belastningerne (og har heller ikke lært at regne på bæreevner endnu), men vi kan slå op i Teknisk Ståbi, kapitel 5.6 at søjlers tværsnit mindst bør være 200 x 200mm. Vi vurderer også at jo større overflade der er i forhold til tværsnittet, jo mere vil tværsnittet kunne tørre ud og svinde. Vi vælger derfor de 200 x 200mm tværsnit som værende på den sikre side for vores svindberegninger senere, da svindet vokser jo større overfalden er i forhold til voluminet.

Armeringsdesign: Det er et ret lille søjletværsnit og vi forventer derfor at kunne nøjes med en armeringsstang i hvert hjørne, altså i alt 4 armeringsstænger. Vi kender ikke belastningerne på søjlerne og bjælkerne, men kan se i lærebogens kapitel 3 at den mindste armeringsdiameter der normalt anvendes i søjler er Ø8mm. Vi vælger at øge dette til Ø12mm i vores første bud, da øgede armeringsmængder kan forventes at fordele revnerne mere – men det kan naturligvis være at det endelige design ville have andre beton og armeringsdimensioner.

Designudfordring: Entreprenøren vil gerne afforme endnu hurtigere: Prøv at beregne hvor meget hurtigere entreprenøren kan afforme ved at øge eller sænke trykstyrken imellem 15 og 90 MPa. Vurder om svindrevner kan undgås ved at pakke betonen ind i noget tid før den kan tørre ud og svinde.

Designhistorien bag opgave B-03

Krav til anvendelsen og begrænsninger af geometrien: Vi skal bygge et center med en blanding af butikker, kontorer, boliger og P-områder i kælderetagen. Vi er nødt til at regne med at der vil forekomme en blanding af tørsalte og vand i P-kælderen (aggressivt miljø), mens der i andre områder kun er tale om at der kan være tilførsel af vand (moderat miljø). Vi skal lave en række etageadskillelser, som vi vil foretrække at udføre med præfabrikerede elementer aht byggehastigheden.

Etageadskillelserne skal kunne bære en jævnt fordelt langtidssnyttelast på 20 kN/m^2 (en ret høj last), men dette krav sikrer, at der er meget få begrænsninger på anvendelsen af området og det giver en god fleksibilitet fremover. Der vil derudover også være behov for at kunne anvende en kraftig lift eller kran som kan medføre en ret koncentreret belastning på 250 kN .

Vi ved, at der er en mulighed for, at der bliver indrettet butikker med glasvægge (som er meget sarte overfor deformationer) og for at sikre fleksibiliteten præciserer vi det normale nedbøjningskrav på maksimalt $L/250$ ved at kræve maksimalt $L/500$ nedbøjning for nyttelast og egenlast og tilsvarende maksimalt $L/500$ for den bevægelige last P .

Vi forventer, at der vil være et krav om lydisolering og ser i Teknisk Ståbi, kapitel 5.4 at et normalt lydisoleringskrav vil være 55dB .

På projekteringstidspunktet for konstruktionerne er ventilationsanlægget ikke designet endnu, men vi har fået opklaret af de vil anvende ventilationsrør på 500mm i diameter. Disse kanaler skal enten ledes under vores bjælker (så bjælkernes højde og ventilationsrørets diameter skal lægges sammen når vi ser hvor meget plads de bruger), eller også skal bjælkerne være så høje at vi kan have plads til 550mm høje huller til kanalerne (vi skal lige lægge lidt til de 500mm for at være sikre på at kunne få rørene igennem).

I planerne for byggeriet er det planlagt, at der skal være et frirum på $9,75\text{m}$, ligesom der anvendes tværgående vægge med en typisk tykkelse på 300mm . Det er dog ikke muligt at anvende alle 300mm til at lægge bjælkerne af på, da vi i elementbyggeri ønsker at kunne lægge noget armering for enden af bjælkerne og dermed kan vi kun lægge bjælkerne 250mm ind på væggene, svarende til en geometrisk længde på bjælkerne på $10,25\text{m}$ og en spændvidde L på $10,00\text{m}$ målt fra midte af vederlag til midte af vederlag.

Lydkrav: Vi ser i Teknisk Ståbi, kapitel 11.4 at et lydisoleringskrav på 55dB dette kan klares med en massiv etageadskillelse, der vejer 480kg/m^3 , svarende til ca. 200mm beton. Vi kan klare lydisoleringen med en mindre betonvægt, men så skal der suppleres med andre tiltag for at opnå lydisoleringen.

Miljøklasse og betonstyrke: I moderat miljøklasse kræver vi af hensyn til holdbarheden et dæklag på $20+5=25\text{mm}$, en f_{ck} på mindst 25MPa og en revnevidde på max $0,4\text{mm}$. Disse krav vælger vi lige præcist at opfylde.

Overslagsdimensioner: Vi vælger at bygge etageadskillelsen med bjælker. Bjælkers højde er normalt imellem $1/20$ og $1/10$ af spændet. Det skrappe nedbøjningskrav betyder dog at vi gerne vil have en stor højde aht stivheden og derfor vælger højden til $1/10$ af spændet, altså $h=1\text{m}$ i højde (i andre tilfælde bruger man reglerne i Teknisk Ståbi, kapitel 5.6 for at få et godt gæt på dimensionerne). Vi vælger at lade bjælkerne være $1,2\text{ m}$ brede da det er det normale modulmål. Vi udformer dem med T-tværsnit for at spare vægt (vi sparer på vægten ved at undvære betonen i trækzonen i bøjning, som alligevel revner og ignoreres i bøjning. Gjorde vi ikke det, så ville en bjælke veje $g=1\cdot 1,2\cdot 24=28,8\text{kN/m}$ og i alt $G=28,8\cdot 10=288\text{kN}$, altså mere en $P=250\text{ kN}$.)

Hvis vi skulle bruge Teknisk Ståbi's tommelfingerregler (TS, kapitel 5.6) til at finde overslagsdimensioner (et pænt ord for det første gæt), så er der en regel som siger

$$h = 100\sqrt[3]{0,8M_{Ed}} \quad (\text{medmindre vi presser dimensionerne, for så skiftes } 0,8 \text{ ud med } 0,5)$$

Ved vores beregning af M_{Ed} til overslagsdimensionerne ved vi ikke hvor tung bjælken er, men sætter den på den sikre side til 24kN/m og vi regner med at den store enkeltlast P står lige på midten, hvorefter vi finder

$$M_{Ed} = \frac{1}{8}(p + g) \cdot L^2 + \frac{1}{4}PL = \frac{1}{8}(20 + 24) \cdot 10^2 + \frac{1}{4}250 \cdot 10 = 1175\text{kNm}$$

$$h = 100\sqrt[3]{0,8 \cdot 1175} = 980\text{mm}$$

Vores gæt på $h=1000\text{mm}$ er derfor nok lidt på den sikre side og vi kan uden tvivl klare os med mindre højde aht nedbøjninger og bæreevner. Vi vælger dog at arbejde videre med $h=1000\text{mm}$ for at kunne sikre plads til ventilationsrørene kan føres på tværs igennem T-bjælkernes kroppe, da det er usandsandligt at vi kunne nøjes med $450\text{-}500\text{mm}$ bjælkehøjde og så føre kanalerne på tværs under bjælkerne.

Da vi er noget i tvivl om hvor tyk topflangen skal være for at trykzonen bliver oppe i den, så vælger vi den dog tykkest mulig (så egenlasten er på den sikre side). Hvis vi skal have et hul igennem bjælken på 550mm og have plads til 2 lag armering under hullet (som inkl. beton til omstøbning og bøjler fylder $125\text{-}150\text{mm}$), så er den maksimale tykkelse

$$h_f = 1000 - 125 - 550 = 325\text{mm}$$

Vi regner videre med denne tykkelse for ikke at undervurdere belastningen, men kan nok reducere flangens tykkelse efter en nærmere beregning, blot tykkelsen er mindst 200mm aht lydisoleringen. Hermed har vi fastlagt overslagsdimensionerne og ved hvad bjælkerne vejer.

Design af armeringsarrangementet: Med det valgte tværsnit har bjælken en vægt på $g=12,66\text{kN/m}$ (som beregnet i spørgsmål 2) og vi finder dermed

$$M_{Ed} = \frac{1}{8}(p + g) \cdot L^2 + \frac{1}{4}PL = \frac{1}{8}(20 + 12,66) \cdot 10^2 + \frac{1}{4}250 \cdot 10 = 1033\text{kNm}$$

Armering for at holde nedbøjningerne nede: Vi vil normalt foretrække at fastlægge vores første armeringsarrangement, baseret på kravet til momentet, da det er væsentlig enklere end at checke for nedbøjningerne. Hvis vi ønsker en nedbøjning, der er mindre end $L/500$ for den bevægelige korttidslast, så vil vi kræve

$$u_{\max} = \frac{1}{48} \frac{PL^3}{EI} = \frac{1}{48} \frac{250 \cdot 10^3 \cdot 10000^3}{EI} < L / 500 = 20\text{mm} \Leftrightarrow EI \geq 260,4 \cdot 10^{12} \text{Nmm}^2$$

Beregningen af EI er besværlig, men vi anvende $\alpha\phi$ -metoden, der dog kun gælder for tværsnit med rektangulære trykzoner.

$\alpha\phi$	β	ϕ_b	$\beta\phi_b$
0,01	0,132	0,063	0,008
0,02	0,181	0,085	0,015
0,03	0,217	0,101	0,022
0,04	0,246	0,113	0,028
0,05	0,270	0,123	0,033
0,06	0,292	0,132	0,038
0,07	0,311	0,139	0,043
0,08	0,328	0,146	0,048
0,09	0,344	0,152	0,052
0,10	0,358	0,158	0,057
0,11	0,372	0,163	0,061
0,12	0,384	0,168	0,064
0,13	0,396	0,172	0,068
0,14	0,407	0,176	0,072
0,15	0,418	0,180	0,075
0,16	0,428	0,183	0,078
0,17	0,437	0,187	0,082
0,18	0,446	0,190	0,085
0,19	0,455	0,193	0,088
0,20	0,463	0,196	0,091

Tabel fra Teknisk Ståbi (udvidet), del 1.

$\alpha\phi$	β	ϕ_b	$\beta\phi_b$
0,21	0,471	0,199	0,094
0,22	0,479	0,201	0,096
0,23	0,486	0,204	0,099
0,24	0,493	0,206	0,102
0,25	0,500	0,208	0,104
0,26	0,507	0,211	0,107
0,27	0,513	0,213	0,109
0,28	0,519	0,215	0,111
0,29	0,525	0,217	0,114
0,30	0,531	0,218	0,116
0,31	0,536	0,220	0,118
0,32	0,542	0,222	0,120
0,33	0,547	0,224	0,122
0,34	0,552	0,225	0,124
0,35	0,557	0,227	0,126
0,36	0,562	0,228	0,128
0,37	0,566	0,230	0,130
0,38	0,571	0,231	0,132
0,39	0,575	0,233	0,134
0,40	0,580	0,234	0,136

Tabel fra Teknisk Ståbi (udvidet), del 2.

For tværsnit med rektangulære trykzoner gælder der iflg. lærebøger og Teknisk Ståbi at vi efter nogle beregninger kan finde at

$$EI = \beta \varphi_b b d^3 E_s / \alpha$$

$$\alpha \rho = \frac{\alpha A_s}{b d} \Rightarrow \beta = \alpha \rho \left(\sqrt{\frac{2}{\alpha \rho} + 1} - 1 \right) \Rightarrow \varphi_b = \frac{1}{6} \beta (3 - \beta)$$

$$x = \beta d$$

hvor x er trykzonens højde og α er E_s/E_c . Teknisk Ståbi har desværre ikke en tabellering af de nødvendige tal for at anvende dette udtryk for EI nemt (men jeg vil orientere forfatterne om dette behov og det er tabelleret ovenfor).

I det aktuelle tilfælde vurderer vi at hvis h er 1000mm, så er d nok mindst 925mm (og dermed på den sikre side at anvende) og vi kan slå α op eller beregne den til 6,4. Ved indsættelse finder vi at

$$\beta \varphi_b = \frac{\alpha EI}{b d^3 E_s} \geq \frac{6,4 \cdot 260,4 \cdot 10^{12}}{1200 \cdot 925^3 \cdot 2 \cdot 10^5} = 0,0088 \Rightarrow \alpha \rho \geq 0,011 \Rightarrow$$

$$A_s = \alpha \rho \cdot A_c / \alpha = \alpha \rho \cdot b_f \cdot d / \alpha \geq 0,011 \cdot 1200 \cdot 925 / 6,4 = 1908 \text{ mm}^2$$

Dette kan sikres ved, at vælge A_s som 5Ø24 ($A_s=2262 \text{ mm}^2$) eller 7Ø20 ($A_s=2199 \text{ mm}^2$) eller andre armeringsvalg.

Dette designapproach kræver jo en del beregninger og derfor vil man i mange designsituationer starte med at designe ud fra momentbæreevnen, da det er simple beregninger. Ved spænd over 6-8m eller ved skrappe nedbøjningskrav, er det dog normalt nedbøjningskravet der er dimensionsgivende og her vil denne metode være meget relevant.

Designudfordring: Vurder hvor meget nedbøjningerne påvirkes ved at variere 1) f_{ck} op til 50MPa, 2) øge h og d med 200mm, 3) øge A_s med 20%. I varierer hver parameter for sig og ser hvad der virkelig betyder noget.

Armering for at sikre momentbæreevnen: Vi skal nu lægge så meget armering i som der skal til for at sikre at bæreevnen $M_{Rd} > M_{Ed}$. Bæreevnen beregnes med en antagelse af normalt armeret tværsnit med en rektangulær, plastisk trykzone som

$$M_{Rd} = A_s f_{yd} \cdot z = A_s f_{yd} \cdot (d - y / 2)$$

$$y b f_{cd} = A_s f_{yd} \Rightarrow y = \frac{A_s f_{yd}}{b f_{cd}} \Rightarrow M_{Rd} = A_s f_{yd} \cdot \left(d - \frac{A_s f_{yd}}{2 b f_{cd}} \right)$$

Kravet om et større brudmoment end det maksimale moment giver en ligning som A_s kan isoleres fra

$$M_{Rd} = A_s f_{yd} \cdot \left(d - \frac{A_s f_{yd}}{2 b f_{cd}} \right) \geq M_{Ed} \Rightarrow A_s \geq \frac{b d f_{cd}}{f_{yd}} \left(1 - \sqrt{1 - 2 \cdot \frac{M_{Ed}}{b d^2 f_{cd}}} \right)$$

Vi ved endnu ikke hvad d bliver, for det afhænger af designet, men vi vurderer, at med 2 lag armering vil d nok være højere end 925mm, dvs

$$A_s \geq \frac{1000 \cdot 925 \cdot 30 / 1,45}{550 / 1,2} \left(1 - \sqrt{1 - 2 \cdot \frac{1033 \cdot 10^6}{1000 \cdot 925^2 \cdot 30 / 1,45}} \right) = 2512 \text{ mm}^2$$

Hvis jeg vælger at anvende Ø24 armeringsstænger kræver det i alt

$$\frac{2512}{\pi \cdot (24 / 2)^2} = 5,55 \text{ stænger}$$

Vi anvender derfor 6 Ø24 armeringsstænger og vil gerne lægge flest mulige i nederste lag, men hvis alle skulle lægges i et lag i bunden så kræver udstøbningshensynet måske at bjælken skal være ret bred. Bjælker skal normalt have en bredde af kroppen som er over h/5 og Teknisk Ståbi anbefaler mindst h/4, altså 250mm, men vi øger bredden til 300mm for at være sikker på at have plads til trækarmeringen. Teknisk Ståbi (kapitel 5.6) siger i øvrigt at lejedybden bør være mindst $10\phi = 10 \times 24 = 240\text{mm}$ og gerne en lejedybde svarende til bredden af bjælken (bredden af kroppen, ikke af topflangen). Det tyder på at de 250mm vederlagsdybde er tilstrækkeligt.

Designudfordring: Vurder hvor meget brudmomentet påvirkes ved at variere 1) f_{ck} op til 50MPa, 2) øge h og d med 200mm, 3) øge A_s med 20%. I varierer hver parameter for sig og ser hvad der virkelig betyder noget.

Armering for at sikre forskydningsbæreevnen: Vi skal uden tvivl anvende bøjler (bl.a. til at holde trækarmeringen på plads) og her vælger man typisk imellem 6, 8 eller 10mm bøjler. Vi vælger 6mm fordi de er de nemmeste at bukke og har nu tværsnittet i opgaven klar.

Afstanden s imellem bøjlerne skal vi bestemme ud fra en række krav

$$s \leq \begin{cases} 0,75 \cdot d \approx 0,75 \cdot 925 = 694 \text{ mm} \\ 15,9 \cdot \frac{A_w}{b_w} \cdot \frac{f_{yk}}{\sqrt{f_{ck}}} = 15,9 \cdot \frac{2\pi(6/2)^2}{300} \cdot \frac{550}{\sqrt{40}} = 261 \text{ mm} \end{cases}$$

Derudover skal der være nok bøjler til at overføre forskydningskraften, men dette er en lidt længere beregning der også afhænger af det valgte $\cot(\theta)$ som

$$s \leq \frac{A_{sw} f_{yd}}{\tau_{Ed} b_w} \cdot \cot(\theta) = \frac{A_{sw} f_{yd}}{V_{Ed}} \cdot d \cdot \cot(\theta)$$

Når vi har den samlede last på konstruktionen er reaktionen

$$R = \frac{1}{2}(p + g)L + \frac{1}{2}P = \frac{1}{2}(20 + 12,66) \cdot 10 + \frac{1}{2} \cdot 250 = 288,3kN$$

Vi kan anvende denne R som værdi for V_{Ed} (på den sikre side), hvorefter det mest optimistiske valg af $\cot(\theta)$ på 2,5 kan beregne den maksimale bøjleafstand som

$$s \leq \frac{A_{sw} f_{yd}}{V_{Ed}} \cdot d \cdot \cot(\theta) = \frac{2\pi(6/2)^2 \cdot 550 / 1,2}{288,3 \cdot 10^3} \cdot 925 \cdot 2,5 = 207,9mm$$

Vi vælger dog at sætte bøjlerne med $s=150mm$ som er lidt tættere. Dette gør vi fordi den høje $\cot(\theta)$ ofte giver lidt problemer med forankringen af trækarmeringen over vederlaget og vi derfor ikke vil gå helt til grænsen i dette første design.

Et sidste krav til bøjlernes maksimale afstand skyldes, at bøjlerne hjælper på trækarmeringens forankring, da de forhindrer betonen i at revne på langs af trækarmeringen. Den basisforankringslængde vi anvender på

$$l_b = 43\varnothing = 42 \cdot 24 = 1032mm$$

kræver således at der ligger mindst 5 $\varnothing 6$ bøjler over den længde, dvs. kræver

$$s \leq l_b / 5 = 1032 / 5 = 206mm$$

Vi er nu helt klar til at eftervise vores design, til at styrke det hvis det ikke skulle være tilstrækkeligt (vi har jo ikke her checket nedbøjninger eller revnevidder) og vi er også klar til at ændre på designet, hvis vi ønsker at spare lidt højde, bredde eller andet.

Designudfordring: Beregn hvordan forskydningsstyrken i bjælken afhænger af valget af $\cot(\theta)$ imellem 1,0 og 2,5.

Beregn hvor meget forskydningsstyrken påvirkes ved at variere 1) f_{ck} op til 50MPa, 2) øge h og d med 200mm, 3) øge A_s med 20%, 4) øge bøjlediameteren til 8mm. I varierer hver parameter for sig og ser hvad der virkelig betyder noget.

Designhistorien bag opgave B-05

Krav til anvendelsen og begrænsninger af geometrien: Vi ønsker at lave en facadekonstruktion bestående af glas yderst og en række bærende konstruktionsdele bag ved i form af rammer i beton (det er en kombination af bjælker og søjler, der hænger sammen). Det er et ønske, at der skal mest muligt lys ind i byggeriet og man vil derfor gerne anvende smalle bjælker og søjler. Derudover ønsker arkitekten, at bjælker og søjler i rammen har samme ydre dimensioner, ligesom arkitekten er meget interesseret i nogle fliser med et mål på 200 x 200mm¹. Vi vil starte med at se på det tværsnit i den lodrette søjle, som er udsat for et bøjende moment og en langsgående tryknormalkraft. Vi ved her at belastninger kan være momenter på op til 60kNm og normalkræfter op til 1600kN i en række kombinationer, som er angivet i opgaven.

Vi ved at konstruktionen står indendørs, men at der kan blive tilført en del vand og vi skal derfor anvende en beton og et design, der passer til moderat miljøklasse.

Miljøklasse og betonstyrke: i placerer betonen i moderat miljøklasse og det betyder, at vi skal kræve $f_{ck} \geq 25\text{MPa}$ og anvende et dæklag på 20mm+tolerancer på bøjlerne. Vi regner med, at det inkl. bøjler i alt bliver ca. 30mm udenpå trækarmeringen, som dermed får en effektiv højde på 360mm ved brug af Ø20 trækarmering (og lidt anden effektiv højde ved andre armeringsdiametre).

Overslagsdimensioner: Vi ved at tværsnittets bæreevne påvirkes af kombinationen af bøjning og normalkraft, men at bæreevnen også stiger ved anvendelse af armeringen. Hvis der var tale om helt centralt tryk på tværsnittet uden at tage hensyn til armeringen så skulle tværsnitsarealet være mindst

$$A_c \geq N_{Ed} / f_{cd} = 1600 \cdot 10^3 / (25 / 1,45) = 92800\text{mm}^2$$

Vi vælger her, at anvende et tværsnit på 200x400mm ($A_c=80000\text{mm}^2$), da det passer godt til flisernes mål på 200x200mm og så håbe på at vi kan lægge tilpas meget armering i senere. Bjælkers højder er i øvrigt normalt 2-3 gange bredden (iflg min praktiske erfaring, som sagtens kan afviges). Alternativet med dette flisemål vil jo være 200x600mm eller 400x400mm, hvilket er et noget større tværsnit.

¹ På mit første projekt som ung ingeniør mødte jeg faktisk det designkrav - og hvis det er muligt og ikke for dyrt eller for besværligt, så prøver vi ingeniører jo at opfylde alles ønsker

Design af armeringsarrangementet: Vi ved tværsnittet skal bære en række belastninger, bl.a. en i næsten ren bøjning på 60 kNm. I ren bøjning ville vi kunne beregne trækarmeringen som

$$A_s \geq \frac{bdf_{cd}}{f_{yd}} \left(1 - \sqrt{1 - 2 \cdot \frac{M_{Ed}}{bd^2 f_{cd}}} \right) = \frac{200 \cdot 360 \cdot 25 / 1,45}{550 / 1,2} \left(1 - \sqrt{1 - 2 \cdot \frac{60 \cdot 10^6}{200 \cdot 360^2 \cdot 25 / 1,45}} \right) = 392 \text{ mm}^2$$

hvilket svarer til 2Ø15,8mm stænger og vi kan i denne situation klare os med Ø16. Vi øger det til Ø20 fordi der er en lang række lasttilfælde, som dette tværsnit skal kunne bære og vi er ikke sikre på at det er det mest kritiske lasttilfælde vi har valgt. Derfor forudser vi, at vi måske nok kan få brug for den lidt større armeringsdiameter og vi kan så efter endt eftervisning for alle lastkombinationerne vurdere om armeringsdiameteren skal øges eller den evt. kan reduceres.

Vi lægger derfor en Ø20 i hvert af de fire hjørner, da en søjle normalt vil have samme armering i begge sider for at forhindre betonarbejderen i at få placeret søjlens armering 180° forkert.

Designudfordring: Beregn hvor meget bæreevnen påvirkes ved at variere 1) f_{ck} op til 50MPa eller ned til 15MPa eller 2) øge sidelængden med 100mm eller 3) øge søjlearmeringen fra Ø20 til Ø24. Prøv at reducere søjlens dimensioner til 200 x 200 mm ved at øge f_{ck} og søjlearmeringen – er det muligt ?

Designhistorien bag opgave B-07

Krav til anvendelsen og begrænsninger i geometrien: Vi skal ombygge en ældre erhvervsbygning, der nu ønskes anvendt til boliger, detailforretninger eller erhvervs med lager. Det er naturligvis bedst hvis ejendommen kan anvendes til alt, men der er tvivl om dens bærevne vil være tilstrækkelig efter ombygningen.

Etageskillelserne i den oprindelige bygning er en 180mm tyk kontinuert betonplade som spænder mellem to parallelle facader og støtter på en bærende væg i midten med spænd på 6 m imellem sydfacade og midtervæg og igen 6m imellem midtervæg og nordfacade. Pladen kan bære en stor, regningsmæssig last $p = 17 \text{ kN/m}^2$ (inkl egenlast). Etageskillelsen er udført i beton med $f_{ck}=25\text{MPa}$ og 25 mm dæklag, og er armeret med Ø12/100 i den ene retning og Ø10/100 i den anden retning (det kraftigste armeringslag ligger altid tættest på overfladen). Armeringen er ens i top og i bund af pladen.

Der er anvendt armering i klasse B med $f_{yk}=500\text{MPa}$. Ved beregningerne er der anvendt partialkoefficienter på 1,45 og 1,2 for hhv beton.

Ved ombygningen ønskes det, at fjerne den bærende væg i midten på alle etager og erstatte denne med en række søjler uden at lægge bjælker imellem søjler og underside dæk for derved at give de største frirum for anvendelsen af bygningen. Væggen plejede pga indspænding af pladen over midtervæggen at modtage en linielast på 85kN/m på hver etage (kan beregnes ud fra $M_i=M_{\max}$).

Hvad kan det holde til: Inden ombygningen er der foretaget en inspektion af etageskillelsen og det er konstanteret at momentbæreevnen er rigelig stor, blot der ikke er mere end 6m imellem søjlerne. Med denne søjleafstand skal hver plade i etageskillelserne kunne aflevere en last på $85 \times 6 = 590\text{kN}$ på hver søjle fra hver etage. Søjlerne kan godt dimensioneres til at tage den samlede belastning med et tværsnit på 400 x 400mm.

Vi skal dog checke for gennemlokning af etageskillelserne, hvor hver plade afleverer en last på 590kN til søjlen.

Check styrken mod gennemlokning: Vi bygger om på en eksisterende konstruktion og vi anvender derfor den betonstyrke, armering osv der er i dækket (da vi ikke ønsker at udskifte den del af konstruktionen). Vores nemmeste design vil naturligvis være at søjlen kan føres op til undersiden af etageskillelsen. Denne løsning kan holde til

$$V_{Rd} = v_{Rd} u_1 d$$

hvor den effektive højde d beregnes til midten af de to armeringslag (en lille unøjagtighed, da det burde være til tyngdepunktet imellem de to lag armering) som

$$d = h - 25 - 12 = 180 - 25 - 12 = 143\text{mm}$$

og omkredsen u_1 beregnes som

$$u_1 = 2(b + h) + 4\pi d = 2(400 + 400) + 4\pi 143 = 4654 \text{ mm}$$

Vi beregner v_{Rd} som

$$v_{Rd} = \max(v_{Rd,c1}, v_{Rd,c2}) \leq v_{Rd,max}$$

hvor

$$v_{Rd,max} = 0,5 v_v f_{cd} = 0,5 \cdot (0,7 - f_{ck} / 200) \cdot f_{cd} = 0,5 \cdot (0,7 - 25 / 200) \cdot (25 / 1,45) = 4,96 \text{ MPa}$$

$$v_{Rd,c1} = \frac{0,18}{\gamma_c} k (100 \rho_l f_{ck})^{1/3} \text{ hvor vi beregner parametrene}$$

$$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} = 1 + \sqrt{\frac{200}{143}} = 2,118 \text{ som dog ikke må regnes højere end } 2,0$$

$$\rho_l = \sqrt{\rho_{l1} \cdot \rho_{l2}} = \sqrt{\frac{\pi(10/2)^2}{100 \cdot 143} \cdot \frac{\pi(12/2)^2}{100 \cdot 143}} = 0,006591 \leq 0,02$$

$\Rightarrow$

$$v_{Rd,c1} = \frac{0,18}{1,45} 2,0 \cdot (100 \cdot 0,006591 \cdot 25)^{1/3} = 0,6318 \text{ MPa}$$

$$v_{Rd,c2} = \frac{0,051}{\gamma_c} k^{3/2} f_{ck}^{1/2} = \frac{0,051}{1,45} 2,0^{3/2} 25^{1/2} = 0,4974 \text{ MPa} \Rightarrow$$

$$v_{Rd} = 0,6318 \text{ MPa} \Rightarrow$$

$$V_{Rd} = 0,6318 \cdot 4654 \cdot 143 = 420477 \text{ N} = 420,5 \text{ kN}$$

Denne bæreevne ligger langt under det krævede på 590 kN og vi er nødt til at gøre noget.

Design mod gennemlokning: Vi kan enten

- 1) reducere søjlernes afstand med en faktor $225,7/590=0,38$ svarende til at have $0,38 \times 6=2,28 \text{ m}$ imellem søjlerne, eller
- 2) øge bæreevnen med en faktor $590/225,7=2,61$ eller
- 3) lave en blanding af 1 og 2.

Vi kunne (meget upraktisk), enten 1) gøres søjlerne meget tykkere eller 2) sætte dem tættere eller 3) prøve at gøre pladen tykkere. Alle disse er "ubekvemme" løsninger og vi vælger derfor at fastholde søjlerne afstand og deres små tværsnitsdimensioner, men at placere en "kapitæl" (en nystøbt, armeret betonplade) imellem søjlen og det eksisterende dæk. Denne plade har en begrænset udstrækning og tykkelse, hvorefter vi skal checke for gennemlokning dels igennem plade og dæk (kontrolperimeter 1) og dels igennem det gamle dæk udenom den nye betonpladekapitæl (kontrolperimeter 2).

Vi starter med at se på kontrolperimeter 2, da vi allerede kender v_{Rd} for den originale pladetykkelse og der ser vi at perimeteren skal forøges fra 2498mm til $2498 \times 2,61 = 6530\text{mm}$, altså en forøgelse på $6530 - 2498 = 4032\text{mm}$. Vi vælger at de nye plader ("kapitælerne") er kvadratiske og dermed skal de være mindst $4032/4 + 400 = 1408\text{mm}$ på hver led. Vi vælger at de bliver $1500 \times 1500\text{mm}$ som er "pæne" mål og medfører at pladerne går 550mm ud på hver side af søjlen. Bæreevnen beregnes som

$$V_{Rd} = 0,6318 \cdot (2 \cdot (1500 + 1500) + 4\pi \cdot 143) \cdot 143 = 623227\text{N} = 623,2\text{kN} \geq V_{Ed} = 590\text{kN}$$

Vi checker kontrolperimeter 1 herefter. Dette bliver lidt sværere, da kapitæls tykkelse både leder til en ny tykkelse og til en ny størrelse af kontrolperimeteren. Da kapitælen skal fremstilles som en armeret betonplade med armering i top og bund og bøjler i kanten, så vurderer vi at det vil være vanskeligt i praksis at lade denne plade være tyndere end 150mm, men da vi ønsker at øge bæreevnen med en faktor på mindst 2,61 så vælger vi at øge kapitæls tykkelse til 250mm, svarende til ca. en faktor 2,4 på d , da vi tror at det er tilstrækkelig, da vi i samme omgang får en øget u . Da der er 6m imellem søjlerne vurderer vi at der ikke er behov for at føre installationer under kapitælerne og derfor er de 250mm næppe et problem. Vi regner på det og finder

$$d = h - 25 - 12 = 180 + 250 - 25 - 12 = 393\text{mm}$$

$$u_1 = 2(b + h) + 4\pi d = 2(400 + 400) + 4\pi 393 = 6539\text{mm}$$

Herefter gentager vi beregningerne med de nye værdier og finder

$$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} = 1 + \sqrt{\frac{200}{393}} = 1,713 \leq 2,0$$

$$\rho_l = \sqrt{\rho_{l1} \cdot \rho_{l2}} = \sqrt{\frac{\pi(10/2)^2}{100 \cdot 393} \cdot \frac{\pi(12/2)^2}{100 \cdot 393}} = 0,002398 \leq 0,02$$

$\Rightarrow$

$$v_{Rd,c1} = \frac{0,18}{1,45} 1,713 \cdot (100 \cdot 0,002398 \cdot 25)^{1/3} = 0,3864\text{MPa}$$

$$v_{Rd,c2} = \frac{0,051}{\gamma_c} k^{3/2} f_{ck}^{1/2} = \frac{0,051}{1,45} 1,713^{3/2} 25^{1/2} = 0,3944\text{MPa} \Rightarrow$$

$$v_{Rd} = 0,3944\text{MPa} \Rightarrow$$

$$V_{Rd} = 0,3944 \cdot 6539 \cdot 393 = 704438\text{N} = 704,4\text{kN} \geq V_{Ed} = 590\text{kN}$$

Designudfordring: Kunne vi få noget væsentligt ud af at lægge en bjælke enten på tværs eller på langs af bygningen for at undgå kapitælerne ?

Designhistorien bag opgave B-08

Krav til anvendelsen og begrænsninger af geometrien: Der skal anvendes en udkraget bjælke med en længde på 4,2m. Der skal kunne lægges dækelementer af på denne udkragede bjælke. Bjælken skal anvendes et sted, hvor bjælkehøjden gerne skal holdes nede, men hvor vi til gengæld er sikker på at der ikke skal krydse ventilationskanaler igennem bjælken.

Bjælken skal anvendes til at bære nogle dækelementer med nyttelast. Vi ønsker at kunne lade armering fra samlingerne imellem dækelementerne henover bjælken og vil have en nyttelast ovenpå disse elementer. Vi regner først med byggesituationen, hvor dækelementerne kun ligger på i den ene side (maksimal vridning) og hvor der ovenpå dækelementerne kan stå containere, maskiner og kraner. Dette regner vi med svarer til en bevægelig nyttelast (dækelementer, containere m.m. sammen) og forventer at dækelementerne i øvrigt kan være op til 400mm tykke.

Bjælken skal anvendes indendørs i et tørt miljø, dvs. passiv miljøklasse. Bjælken skal udføres på en lokalitet, hvor jeg ikke kan være sikker på den normale kontrol og tolerancen bør derfor øges til 10mm i stedet for de normale 5mm.

Lydkrav: Ingen, som ikke kan opfyldes med dækelementer, der er over 200mm tykke.

Miljøklasse og betonstyrke: I passiv miljøklasse er minimumskravet $f_{ck}=15\text{MPa}$ og et mindste dæklag på 10mm+tolerancer. Som tidligere nævnt, vælger vi i dette design at anvende 10mm tolerance på dæklaget.

Overslagsdimensioner: Vi kan vælge at anvende en bjælke rektangulært tværsnit, hvor vi lægger dækelementerne ovenpå den rektangulære bjælke, men dette giver jo en konstruktionshøjde hvor vi skal lægge højden af bjælken og højden af dækelementerne sammen og det giver en ret stor højde. Vi vælger derfor at anvende et omvendt-T-formet tværsnit med en udragende tå, hvor dækelementerne kan placeres. Aht forankringen af dækelementernes armering lader vi tåen rage 200mm ud, så nyttelasten placeres på tåen i 10 cm afstand fra kroppen. Tåen sættes til 120mm i højden, da armeringen i oversiden af tåen får en effektiv højde på ca. 100mm.

Bjælken er en udkraget bjælke på $L=4,2\text{m}$ med en fri ende og vil derfor få udbøjninger og momenter svarende til en dobbelt så lang bjælke med simple understøtninger i hver ende. Vi vil derfor gerne have en højde h på $1/20$ til $1/10$ af 8,4m, dvs. imellem 420 og 840mm og kan derfor starte med at vælge en højde på 500mm (det er et pænt mål imellem disse grænser og vi kan vælge senere at justere på armeringen eller øge højden). De 500mm giver i øvrigt 20mm plads over profilet til den tværgående armering fra dækfugerne. Senere i designforløbet kan vi muligvis reducere dækelementernes højde og få mulighed for at øge tæernes tykkelser tilsvarende, så underside bjælke og overside dæk forbliver de samme. Vi kan muligvis også blive tvunget til at øge bjælkehøjden og/eller tåens tykkelse, når vi regner på denne og aht belastningen af tåen og af selve

bjælken så vælger vi $f_{ck}=35\text{MPa}$, selvom det er mere end miljøklassen kræver, for derved at forbedre vores muligheder for at få denne bjælke til at holde.

Da bjælken udsættes for bøjning, forskydning og vridning som alle får deres maksimum samme sted i bjælken, (ved indspændingen), så kan vi nok regne med at der skal en del armering i. Vi vil derfor vælge en bredde, hvor der er plads til trækarmingen i et lag og hvor bjælkens bredde dels vil tillade overførsel af en rimelig kraft igennem betonen i forskydning og også sikre et rimeligt kerneareal A_k til vridningen. I denne indledende designsituation kan vi regne med, at kanten af kernearealet er ca 50mm inde fra overfladen (det er nok deromkring at den langsgående armering ligger), dvs at der i alt går $2 \cdot 50 = 100\text{mm}$ fra hhv. bredden og højden ved beregning af A_k . Baseret på dette vil vi ikke vælge en bredde af kroppen på under $b=300\text{mm}$.

Vi har nu nok til at angive betontværsnittet i opgaven, men mangler endnu længdearmering og bøjler.

Design af armeringsarrangementet: Vi starter med at beregne belastninger og snitkræfter

$$g = (0,7 \cdot 0,12 + 0,3 \cdot 0,38) m^2 \cdot 24 kN / m^3 = 4,8 kN / m$$

$$V_{Ed} = (g + \gamma_p p_k) \cdot \ell = (4,8 + 1,5 \cdot 15) kN / m \cdot 4,2 m = 114,7 kN$$

$$T_{Ed} = \gamma_p p_k \cdot \ell \cdot e = 1,5 \cdot 15 kN / m \cdot 4,2 m \cdot 0,25 m = 23,6 kNm$$

$$M_{Ed} = -0,5 \cdot (g + \gamma_p p_k) \cdot \ell^2 = -0,5 \cdot (4,8 + 1,5 \cdot 15) kN / m \cdot (4,2 m)^2 = -240,8 kNm$$

Armering for at sikre momentbæreevnen: Sætter vi $d=h-50\text{mm}=450\text{mm}$ og z til 50mm lavere (z er normalt 0,8-0,9d i bjælker), så er det nok på den sikre side, og så finder vi for bæreevnen i ren bøjning

$$A_s f_{yf} \geq M_{Ed} / z \Rightarrow A_s \geq \frac{M_{Ed}}{z \cdot f_{yd}} = \frac{240,8 \cdot 10^6}{400 \cdot 550 / 1,2} = 1313 mm^2 = 6,53 \emptyset 16 = 4,14 \emptyset 20 = 2,67 \emptyset 25$$

Hvis vi vil have en bjælke med bredde 300mm, dæklag og bøjler, så er det nok for meget med $7 \emptyset 16$ eller $5 \emptyset 20$, men $4 \emptyset 25$ burde der være plads til aht udstøbning af betonen og omstøbning af armeringen. Vi vælger derfor $4 \emptyset 25$ som trækarmering i toppen, da denne armering også skal udnyttes til forskydning og til vridning og vi derfor næppe kan klare os med $3 \emptyset 25$.

Resten af den langsgående armering kan gættes ud fra, at forskydningen belaster den langsgående armering i bunden fordi den vandrette komponent af den skrå trykkraft skal optages af den armering og derfor er det naturligt at anvende $2 \emptyset 25$ i bunden af tværsnittet, placeret i bøjlernes knæk. Vridningen ender også med nogle skrå trykkræfter, hvis vandrette del skal optages af de langsgående armeringsstænger og da der forlanges, at der ikke er mere end 350mm imellem disse stænger, målt rundt langs bøjlerne, så lægges der to stænger ekstra i som vist i opgaven aht dette krav.

Armering for at sikre forskydnings- og vridningsbæreevnen: Vi mangler nu, at fastlægge bøjlerne og har naturligvis krav til disse for hhv. ren forskydning og for ren vridning, men det er jo de samme bøjler der anvendes til forskydning og til vridning og i det samme snit.

Vi ved at vi kan beregne den nødvendige forskydningsbøjlearmering (vi har to snit i hver bøjle når forskydningskraften trækkes til trykzonen, et i hver side) som

$$\frac{A_{sw}}{s} = \frac{2\pi(\varnothing_w/2)^2}{s} = \frac{V_{Ed}}{d \cdot f_{yd} \cdot \cot \theta} \Rightarrow \frac{\pi(\varnothing_w/2)^2}{s} = \frac{V_{Ed}}{2 \cdot d \cdot f_{yd} \cdot \cot \theta}$$

ligesom vi kan beregne den nødvendige vridningsbøjlearmering (vi har kun et snit i hver bøjle når det vridende moment trækkes rundt i tværsnittet) som

$$\frac{A_{sw}}{s} = \frac{\pi(\varnothing_w/2)^2}{s} = \frac{T_{Ed}}{2 \cdot A_k \cdot f_{yd} \cdot \cot \theta}$$

Til beregning af A_k skal vi beregne t_{ef} . Vi regner her med at bøjlen er max 12mm i diameter og at vi kun anvender T-tværsnittets krop til at optage vridningen i. Dermed finder vi

$$t_{ef} = \max \left\{ \begin{array}{l} \frac{A}{u} = \frac{300 \cdot 500}{2 \cdot (300 + 500)} = 94mm \\ 2(c + \varnothing_w + \varnothing/2) = 2(20 + 12 + 25/2) = 89mm \end{array} \right\} = 94mm$$

Det samlede behov for bøjler iht kraft og momentoverførslerne kan bestemmes af summen af hvad der skal anvendes til at overføre forskydning og hvad der skal anvendes for at optage vridningen. Vi har ikke foreskrevet, at der ikke kan anvendes afkortet længdearmring og vælger derfor $\cot \theta = 2,0$. behovet for bøjler bliver således

$$\begin{aligned} \frac{\pi(\varnothing_w/2)^2}{s} &= \frac{T_{Ed}}{2 \cdot A_k \cdot f_{yd} \cdot \cot \theta} + \frac{V_{Ed}}{2 \cdot d \cdot f_{yd} \cdot \cot \theta} \\ &= \frac{23,6 \cdot 10^6}{2 \cdot (300 - 94) \cdot (500 - 94) \cdot 550 / 1,2 \cdot 2,0} + \frac{114,7 \cdot 10^3}{2 \cdot 450 \cdot 550 / 1,2 \cdot 2,0} \\ &= 0,169 + 0,139 = 0,308 mm^2 / mm \end{aligned}$$

Vi finder med dette resultat den maksimale bøjleafstand s_{max} som vist nedenfor

$\varnothing_w$	12mm	10mm	8mm	6mm
s_{max}	367mm	255mm	163mm	92mm

Vi vælger at anvende Ø8 pr 125mm, da 8mm bøjler er nemme at bukke og afstanden svarer til 8 bøjler pr m. I designet skal vi naturligvis også checke for minimumskrav til bøjler, sådan som vi har gjort i en tidligere designhistorie, men det gennemgik vi der.

Designudfordring: Kan vi spare på nogle af ressourcerne ? Hvad betyder det på bæreevnen hvis vi sænker f_{ck} til 15MPa ? Hvor meget stiger vridningsmomentbæreevnen, hvis vi øger b_w med 100 mm ? og hvor meget kan vi i den situation spare på bøjlerne ?

Design til opgave B-09

Krav til anvendelsen og begrænsninger af geometrien: Vi skal designe en cykel og gangbro, der skal spænde over en vej med to kørebaner. Adgangen til denne bro sker fra et terrænniveau, der ligger noget over vejen, og hvor der er vejskråninger i begge sider af vejen, således at broen skal være 16m lang. Samtidig er der dels a) et krav om at undersiden af broen ikke må ligge for lavt, da den kørende lastbiltrafik ellers støder på broen og b) et krav om at broens overside ikke må ligge for højt aht. adgangen af cyklister og gangbesværede til broen. Med andre ord kræver man en lavest mulig konstruktionshøjde af broen konstruktion.

Broen skal bære dels cyklister og dels gående, men også i nødsituationer et køretøj. Vi kræver derfor at brobjælkerne skal bære en bevægelig, karakteristisk nyttelast q_k på 20kN/m. Den maksimale korttids nedbøjning skal være mindre end $L/250$ for en bevægelig korttidslast på $0,75q_k$.

Broen kan være udsat for temperaturer imellem -20°C og 20°C og skal derfor kunne udvide sig i længden svarende til en temperaturudvidelseskoefficient på $10^{-5}/^{\circ}\text{C}$. Det betyder at hver ende skal kunne bevæge sig $40^{\circ}\text{C} \cdot 10^{-5}/^{\circ}\text{C} \cdot 8000\text{mm} = 3,2\text{mm}$ pga temperaturændringerne og dette kræver et specielt leje, som fx et glideleje af stål med neopren på 200-200mm.

Da broen er udsat for vand og tøsalt, skal den opfylde kravene i aggressiv miljøklasse.

Lydkrav: Ingen.

Miljøklasse og betonstyrke: Kravene i aggressiv miljøklasse er $f_{ck}=35\text{MPa}$ og dæklag på $30+5=35\text{mm}$ er minimumskrav.

Overslagsdimensioner: Vi kan naturligvis godt lave en bro med en bjælke i hver side, som bærer brodækket og som spænder $L=16\text{m}$. Vi anvender normalt bjælkehøjder på $1/10$ - $1/20$ af broens spænd og det bliver med et spænd til en højde på $0,8$ - $1,6\text{m}$, hvilket vi gerne vil reducere. Vi vælger derfor at etablere nogle søjler imellem de to kørebaner, således at broen kan understøttes på midten og dermed kun spænder $L=8\text{m}$ imellem vederlag ved broende og søjle og 8m videre til vederlag ved den anden broende, svarende til at $L/20$ - $L/10$ bliver 400mm til 800mm .

Vi accepterer dog, at presse højde pga behovet, men ellers ville vi have anvendt Teknisk Ståbi's erfaringsregler for fornuftige højde. Vi vælger derfor at presse højden ned på $h=L/20=400\text{mm}$, men forventer at dette kan være en udfordring for designet.

Vi har ikke specifikke krav til bjælkens bredde, men det skal være muligt at montere et rækværk på bjælkerne, der udgør broens sider, ligesom brodækket skal kunne hvile på disse bjælker. Bjælkerne er understøttede 3 steder, hvor understøtningen på søjlen midt under broen vil være en fast, simpel understøtning, mens understøtningerne ved broenderne vil være simple, bevægelige understøtninger, som fx glidelejer på $200 \times 200\text{mm}$.

Vi vælger derfor, at anvende 300mm bredde, da vi vurderer, at det vil give plads til både vederlag af brodæk, montage af brodæk, rækværk og glidelejer.

Design af armeringsarrangementet: I det indledende design vælger vi at, at anvende 8mm bøjler (de er normalt 6,8 eller 10mm bøjler med en afstand s, som vi fastlægger ved design af bøjler for forskydning). Vi gætter på Ø20mm tyk længdearmering, svarende til

$$d = 400 - 35 - 8 - 20 / 2 = 347mm$$

Hvis broens to spænd var simple understøttede ville vi få

$$M_{Ed} = \frac{1}{8} \cdot (g + 1,3 \cdot q) \cdot L^2 = \frac{1}{8} \cdot (24 \cdot 0,3 \cdot 0,4 + 1,3 \cdot 20) \cdot 8^2 = 231,0kNm \Rightarrow$$

$$A_s \geq \frac{bdf_{cd}}{f_{yd}} \left(1 - \sqrt{1 - 2 \cdot \frac{M_{Ed}}{bd^2 f_{cd}}} \right) = \frac{300 \cdot 347 \cdot 35 / 1,45}{500 / 1,2} \left(1 - \sqrt{1 - 2 \cdot \frac{231 \cdot 10^6}{300 \cdot 347^2 \cdot 35 / 1,45}} \right) = 1896mm^2$$

Dette svarer til arealet af 9,43Ø16 eller 6,03Ø20 eller 4,19Ø24 og vi skal runde op.

Vi skal i tværsnitdesignet sikre os at betonen kan udstøbes (dvs følge reglerne i normen om at afstand imellem stængerne skal være mindst stenstørrelsen plus 5mm) og her skal vi regne med at den maksimale stenstørrelse er enten 16 eller 32mm. Regner vi de bredder ud, så finder vi med 32mm sten at

Stænger	Minimumsbredde - 32mm sten
10Ø16	$2 \cdot (35+8) + 10 \cdot 16 + 9 \cdot (32+5) = 435mm$
7Ø20	$2 \cdot (35+8) + 7 \cdot 20 + 6 \cdot (32+5) = 352mm$
5Ø24	$2 \cdot (35+8) + 5 \cdot 24 + 4 \cdot (32+5) = 290mm$

Vi ser at vi godt kan lave det med 5Ø24 som trækarmring og få det til at være udstøbeligt, men det er kun lige akkurat at der er plads nok imellem stængerne ved 32mm stenstørrelse, men med de andre diametre, så skal bjælken enten være bredere eller armeringen ligge i flere lag – eller vi skal være smarte.

Vi vælger at være smarte: Vi har nemlig altid mindst 2 armeringsstænger i trykzonen for at støtte bøjlerne og her kan vi jo anvende samme diameter som i trækzonens armering. Sker dette, så ved vi at vi kan udnytte et indspændingsmoment svarende til styrken af 2 armeringsstænger og det vil være ca $2/5=40\%$ af brudmomentet ved træk i 5 stænger. Momentet midt ude i spændet vil reduceres med 50% af indspændingsmomentet, dvs. de to stænger i oversiden bidrager via indspændingseffekten lige så meget som en stang i trækzonen.

Vi vælger derfor at anvende et design med 5 stænger i bunden og 2 stænger i toppen. Vi er her helt sikre på at Ø24 er rigelige, men da der er en mulighed for at Ø20 også er tilstrækkelige, så prøver vi med 5+2 Ø20mm stænger for at spare lidt armering. Alternativt kunne vi have prøvet med 4+2Ø24 men det er 23 % mere armering. Vi kunne også vælge at lave et armeringsarrangement, hvor man ikke ville anvende beton med sten større end 16mm (mindre sten medfører øget cementsforbrug) eller vi kunne øge bredden af tværsnittet (men det øget betonforbruget og øger egenvægten).

Design af bøjlerne kan foretages som vi har gjort det i en tidligere designhistorie, men her regner vi ikke med at bøjlediameteren ændrer sig mere end +/-2mm og det betyder næsten intet for momentbæreevnen eller stivhederne.

Når vi skal eftervise nedbøjningerne er det jo simpelt i tilfældet hvor der er simple understøtninger og ingen kontinuitet over søjlen, men når bjælken er kontinuert, så har vi en stivhed i områderne med positive momenter (5 stænger i trækzonen) og en anden stivhed i områder med negative momenter (2 stænger i trækzonen).

Jeg har udledt nogle formler for nedbøjningerne med en del besvær, som jeg har angivet i opgaven. I praksis vil vi dog normalt enten anvende numeriske modeller eller numeriske metoder til beregningerne, eller vi vil vælge at lægge lige mange armeringsstænger i top og i bund. Lige mange stænger i top og i bund betyder at bjælken har samme stivhed ved positive og negative momenter og man kan regne med samme stivhed overalt, hvilket er meget simplere da vi så kan anvende de lineære metoder, ligesom en del løsninger kan findes i Teknisk Ståbi, kapitel 3.

Designudfordring: Kan vi reducere højden med 100mm, hvis vi ændrer den langsgående armering til 4Ø20 i top og i bund (så vi for resten får samme stivhed ved positiv og negativ bøjning) ? eller skal vi øge armeringsmængden til 4Ø24 eller mere i top og i bund for at opfylde kravene til bæreevne og nedbøjning ?

Designhistorien bag opgave B-10

Krav til anvendelsen og begrænsninger af geometrien: Vi skal designe en søjle til at stå i en husbygningskonstruktion lavet af pladsstøbt beton, hvor alt er støbt sammen og hvor der er en række afstivende vægge i konstruktionen, således at vi kan regne søjlen centralt belastet.

Trappeskakter og elevatorskakter udformes ofte med vægge af beton, der virker afstivende for hele konstruktionen. En trappeskakt lavet i beton vil derudover også have en stor modstandsevne i brandsituationer og dermed sikre at folk kan forlade en brændende bygning.

Betonsøjlen i et hus vil normalt stå indendørs i et tørt klima uden risiko for frost og uden tilførsel af salt, altså være i et passivt miljø.

Lydisolering: Intet krav

Miljøklasse og trykstyrke: I passiv miljøklasse kræves $f_{ck} > 15\text{MPa}$, men vi kan godt vælge højere styrker, hvis vi har behov for det.

Overslagsdimensioner: Når vi skal designe en søjle, så afhænger bæreevnen jo af en række ting som fx dimensionerne, betonens trykstyrke og mængden af armering, men også af dens søjlelængde. Vi har i dette byggeri brug for en række søjler, som placeres forskellige steder i byggeriet og understøttes på forskellig vis (som vist på figur 2 i opgaveteksten)

Ved designet kan vi enten prøve os frem eller basere vores første designvalg på kapitel 5.6 i Teknisk Ståbi, som siger at vi næppe skal anvende tværsnit under $200 \times 200\text{mm}$, dog aldrig under $L_s/25$ i sidelængde. Da vi har søjlelængder på op til $2L=10\text{m}$ så vil det mindste tværsnit vi kan anvende være $400 \times 400\text{mm}$ og det vælger vi at prøve med (men da vi dermed går til grænsen for hvad der normalt vil være et passende design, så kan vi godt blive udfordrede).

Vi ved at søjlevirkningen sænker søjlens bæreevne, men at armeringen øger bæreevnen. Det er derfor et godt startgæt at ønske

$$f_{cd} \geq \frac{N}{A_c} = \frac{3200 \cdot 10^3}{400 \cdot 400} = 20,0\text{MPa} \Leftrightarrow f_{ck} \geq 20 \cdot 1,45 = 29\text{MPa}$$

Vi vælger derfor at anvende en beton med $f_{ck}=30\text{MPa}$, selvom holdbarhedskravene tillader en lavere styrke. Vi må så senere se om vi får en tilstrækkelig høj bæreevne, eller vi skal øge armeringen, betonstyrken eller dimensionerne – eller vi finder ud af at vi kan reducere disse.

Design af armeringsarrangementet: Vi vil have en armeringsstang i hvert hjørne som vi kan holde fast med én kvadratisk bøjle (har vi 8 stænger, så kræver det lidt mere af bøjlearrangementet og det vil vi gerne undgå) – dvs vi vil prøve at klare mig med 4 armeringsstænger. Jeg vil bruge Ø6 bøjler (bøjler er typisk 6, 8 eller 10mm og er mere besværlige at bukke jo tykkere de er – så 6mm er bekvemt).

I søjler kræves der mindst armeringsarealet

$$A_{s,min} = \begin{cases} 0,1 \frac{N_{Ed}}{f_{yd}} = 0,1 \frac{3200 \cdot 10^3}{500 / 1,2} = 768 mm^2 \\ 0,002 A_c = 0,002 \cdot 400^2 = 320 mm^2 \end{cases}$$

og her anvender man Ø8, Ø10, Ø12, Ø16, Ø20, Ø24, Ø28, Ø32 osv som armering.

Armeringsdiametrene springer normalt i disse intervaller for at gøre det markant nemmere at kontrollere armeringen på en byggeplads. Ser vi på hvad 4 armeringsstænger har af diametre så ser vi at

Armering	4Ø12	4Ø16	4Ø20	4Ø24	4Ø28
A_s (mm ²)	452	804	1257	1810	2463
A_s/A_c	0,0028	0,0050	0,00786	0,01125	0,01539

Dermed er det formelt nok med 4Ø16. De praktiske erfaringer i Teknisk Ståbi, kapitel 5.6 oplyser dog at A_s/A_c normalt ligger imellem 0,0075 og 0,04 og dermed er 4Ø20 lige indenfor det normale erfaringsområde. Vi vælger at øge til 4Ø24 for ikke at være for tæt på grænsen og fordi vi måske får brug for den armering for at opnå den nødvendige bæreevne af søjlen.

Herefter er vi klar til at kontrollere vores design i de 3 situationer, som var angivet i opgaven.

Designudfordring: Kan vi få noget væsentligt ud af 1) øge tværsnitsdimensionerne til 500 x 500mm eller 2) øge armeringen til 4Ø28 eller 3) øge f_{ck} til 50MPa ? Prøv derefter at 1) reducere til 300 x 300 mm eller 2) reducere armeringen til 4Ø20 eller 3) reducere f_{ck} til 15MPa. På denne måde får vi en fornemmelse af hvad der betyder noget for bæreevnen.

Designhistorien bag opgave B-12

Krav til anvendelsen og begrænsninger af geometrien: Kældervæggen skal kunne modstå et jordtryk og være vandtæt, men den skal også støtte væggen i stuen.

Væggen i stueetagen er i huse ofte udformet som en bærende betonvæg inderst med 150mm tykkelse plus 150mm isolering og plus en ca. 100mm tyk skalmur. Betonvæggens tykkelse i huset over terræn dikteres ofte af at det er svært at udstøbe en tyndere væg på en byggeplads og hvis man anvender et præfabrikeret betonelement, så gør en tykkelse på mindst 150mm, det nemmere til at samle med andre elementer end et 100mm tykt element.

Da kældervæggen udsættes for grundvand, regn og måske lidt salt fra undergrunden (sker ofte på Amager), og den øverste del af væggen meget ofte vil være udsat for både regn, frost og tøsalt og i øvrigt skal være vandtæt skal vi anvende en beton svarende til aggressiv miljøklasse.

Lydisolering: Der er tale om en kældervæg mod jord og der er derfor ingen lydisoleringskrav.

Miljøklasse og betonstyrke: Da væggen er placeret i aggressivt miljø kræves der $f_{ck} \geq 35\text{MPa}$ og mindst $30+5=35\text{mm}$ dæklag. Vi vælger derfor denne styrke og det dæklag i designet.

Overslagsdimensioner: Kældervæggen er i den ene situation en søjle, der er 7m høj, fri i toppen og indspændt i bunden. I denne situation er søjlelængden $L_s=2L=14\text{m}$. Teknisk Ståbi, kapitel 5.6 har anbefalinger for mindste søjledimensioner, men ingen anbefalinger for vægge med tværtryk.

Kældervæggen skal dog bære væggen i stueetagen og aht overføring af den lodrette last fra stuevæggen er det mest praktisk, hvis kældervæggen har samme tykkelse. Vi vælger derfor væggens tykkelse til $150+150+100=400\text{mm}$.

Design af armeringsarrangementet: Vi kan muligvis godt få denne tykke, stærke betonvæg til at bære uden at anvende armering, men da armering vil øge styrken og fordele revner, så er det en god ide at armere kældervægge aht. til revnefordeling og evt. potentielle differenssætninger, der kan give anledning til store revner i uarmeret beton.

Mængden af armering i væggen skal ligge imellem $A_s/A_c=0,002$ og $0,04$ (lærebogen, kapitel 3). Her er man ofte nødt til at komme med et gæt på armeringen og så altid checke væggens styrke, udbøjninger og revnevidder og derefter korrigere designet hvis det ikke opfyldte kravene eller hvis man ser en god mulighed for at spare armering. Vi vurderer, at da det er en væg, der er højere end de almindelige huskældervægge (de er normalt kun en etage, dvs. ca. 3m) og skal bære en solid belastning lodret og vandret, så vil vi gerne starte med et gæt på armering svarende til $A_s/A_c=0,01$ (ret meget vores intuition, som der jo altid skal checkes).

Vi vælger her at anvende Ø16/100mm i begge sider, svarende til

$$\frac{A_s}{A_c} = \frac{\pi \cdot (16/2)^2 \cdot 2}{400 \cdot 100} = 0,01$$

Den kvikke ingeniør vil selvfølgelig her sige at der nok kun er træk i den ene side, men dels ønsker vi at gøre det nemt på byggepladsen (altid en god ide – så laves der nok færre fejl og det går hurtigere) og dels skal vi lige se på effekten af understøtningerne af væggen.

Kældervæggen har naturligvis et fundament, men kan også være afstivet på tværs i bunden af et guld og i toppen af etageadskillelsen, hvis den er lavet som en rimelig tyk betonplade. Disse to kan dermed virke som simple understøtninger, men de har sjældent en stivhed der kan medføre at de kan indspænde en tyk og stærk kældervæg. Dette er tilfælde 1 og spørgsmål 1 hvor vi checker tingene.

Udformes etageadskillelsen derimod i træ, så vil etageadskillelsen ikke kunne understøtte kældervæggen i vandret retning og vi bliver derfor nødt til at indspænde kældervæggen i bunden og regne den udkraget. Kældervæggens indspænding i bunden stiller krav til fundamentet som skal være en del bredere (aht jordens evne til at bære) og stærkere og det er derfor ikke så populært som den simple understøtning. Vi checker dog kældervæggen for dette design med indspænding i bunden og fri i toppen, sådan som det sker i tilfælde 2 og spørgsmål 2.

Når vi regner de to understøtningssituationer igennem, så observerer vi at væggen fint kan holde ved simpel understøtning i top og i bund og man her kunne overveje at reducere armeringen. I tilfældet uden understøtning i toppen kunne væggen ikke holde og vi skal i den situation derfor armere yderligere og samtidig sørge for et fundament, der kan levere en indspænding af væggen – og det er ret svært.

Vi når ikke i opgaven frem til, at checke revnevidderne, selvom vi gør det i et rigtigt design. Det skal pointeres, at revnevidder kan reduceres ved at anvende en mere fordelt armering i vægge og plader, så Ø16/100 vil give mindre revnevidder end Ø24/225 og Ø12/50 vil give endnu mindre revnevidder. Det kunne derfor være fristende at anvende Ø12/50 som er næsten den samme armeringsmængde som Ø16/100, men vi vurderer dels, at Ø12 stænger er lidt for slappe til at anvende i en 7 m høj væg (de bliver besværlige at holde på plads uden de svajer ud til siden) og dels kan det give problemer med udstøbningen af betonen, der jo skal kunne passere imellem stængerne.

Armering på tværs regner vi ikke på her, da vi regner med at væggen spænder lodret. Ved enden af væggen vil der dog være en tværvæg som også understøtter væggen og derfor giver trækspændinger i vandret. Der bør altid lægges mindst 25 % så meget armering på tværs i vægge, som der lægges lodret og her vil mange ingeniører i øvrigt vælge at anvende svejste net med samme mængde armering i begge retninger for at forenkle arbejdet.

Designudfordring: Kan vi reducere armeringsmængden til det halve, altså Ø10/200 ? og hvad fck skal der til for at væggen stadig kan holde ?

Designhistorien bag opgave B-13

Krav til anvendelsen og begrænsninger af geometrien: Dette er meget samme historie som i opgave B-10 (den centralt belastede søjle), men der er dog nogle ret væsentlige ændringer, nemlig

- Søjlen er excentrisk belastet og har en tværlast
- Søjlen er kun belastet med 90kN (i B-10 var lasten 3200kN).
- Søjlen anvendes i et byggeri, hvor besøgende kan slæbe tøsalt med ind igennem byggeriets indgang til foyeren i byggeriet.

Da søjlen kan blive udsat for tøsalt og vand er den i moderat miljøklasse.

Lydisolering: Ingen krav

Miljøklasse og betonstyrke: I moderat miljøklasse er kravene $f_{ck} \geq 25\text{MPa}$ og dæklag på mindst $20+5=25\text{mm}$.

Overslagsdimensioner: Da søjlelængden L_s er 10m anvender vi Teknisk Ståbi's erfaringsregel fra kapitel 5.6 om at sidelængden ikke bør være mindre end $L_s/25=400\text{mm}$, men det er lige på grænsen til erfaringsområdet og vil måske give et design der er udfordret på bæreevnen. Det bliver muligvis ikke mindre udfordrende i at søjlen kan blive udsat for bøjning om to akser.

Design af armeringsarrangementet: Der er tale om en søjle, hvor vi skal anvende bøjler for at fastholde den lodrette armering og overføre de forskydende kræfter. Vi vælger at anvende Ø6 bøjler, da de er de nemmeste at bukke og vi senere kan fastlægge hvor tæt de skal ligge for at opfylde minimums og styrkekravene..

Ligesom i B-10 ønsker vi at have en armeringsstang i hvert hjørne som vi kan holde fast med én kvadratisk bøjle, dvs. vi vil prøve at klare os med 4 armeringsstænger. Kravet til armering er her

$$A_{s,\min} = \begin{cases} 0,1 \frac{N_{Ed}}{f_{yd}} = 0,1 \frac{90 \cdot 10^3}{500 / 1,2} = 21,6 mm^2 \\ 0,002 A_c = 0,002 \cdot 400^2 = 320 mm^2 \end{cases}$$

mens de praktiske erfaringer ses i Teknisk Ståbi, kapitel 5.6 som siger at A_s/A_c normalt ligger imellem 0,0075 og 0,04. Ser vi på hvad 4 armeringsstænger har af diametre så ser vi at

Armering	4Ø12	4Ø16	4Ø20	4Ø24	4Ø28
A_s (mm ²)	452	804	1257	1810	2463
A_s/A_c	0,0028	0,0050	0,00786	0,01125	0,01539

Dermed er det formelt nok med 4Ø12. De praktiske erfaringer i Teknisk Ståbi, kapitel 5.6 oplyser dog at A_s/A_c normalt ligger imellem 0,0075 og 0,04, svarende til mindst 4Ø20. Vi vælger 4Ø20 som søjlearmering.

Herefter beregner vi bæreevnen.

Designudfordring: Kan vi få noget væsentligt ud af 1) øge tværsnitsdimensionerne til 500 x 500mm eller 2) øge armeringen til 4Ø28 eller 3) øge f_{ck} til 50MPa ? Prøv derefter at 1) reducere til 300 x 300 mm eller 2) reducere armeringen til 4Ø20 eller 3) reducere f_{ck} til 15MPa. På denne måde får vi en fornemmelse af hvad der betyder noget for bæreevnen.

Designhistorien bag opgave B-14

Krav til anvendelsen og begrænsninger af geometrien: Til et byggeri skal der anvendes en række betonplader som etageadskillelser. Pladerne skal kunne udsættes for en bevægelig (korttids) nyttelast på $p_k=5,0\text{kN/m}^2$ og en permanent (langtids) nyttelast på $p_L=2,5\text{kN/m}^2$. Pladen skal kunne spænde mindst 4 m imellem 2 simple understøtninger, men vil i visse tilfælde kunne understøttes simpelt langs alle fire sider.

Pladen vil kunne ikke blive udsat for vand eller salt og skal derfor klassificeres som i passivt miljø, mens der er andre dele af byggeriet, der vil blive udsat for vand og mindre mængder salt og derfor vil blive placeret i moderat miljøklasse.

Lydkrav: Af hensyn til anvendelse vil man iflg Teknisk Ståbi, kapitel 11.4 kræve 53 eller 55dB lydisolering og dette vurderes, at kunne klares med en 175mm tyk betonplade plus muligvis nedhængte lofter og/eller lidt dæmpning i form af en gulvopbygning ovenpå betonpladen.

Miljøklasse og betonstyrke: Da betonen er i passiv miljøklasse skal f_{ck} mindst være 12MPa og dæklaget være mindst 15mm inkl tolerancer. Den anden beton i byggeriet er derimod i moderat miljøklasse, hvor kravet er f_{ck} mindst 25 MPa. Vi vælger denne styrke til vores beton i pladerne for ikke at have for mange forskellige betontyper i byggeriet. Vi vælger også at anvende armering med en trækstyrke på $f_{yk}=500\text{MPa}$, da det er den mest almindelige armeringstype.

Overslagsdimensioner: Vi starter med at gætte på at de 175mm vil være en god pladetykkelse, svarende til en egenlast på

$$g = 0,175 \cdot 24 = 4,2\text{kN} / \text{m}^2$$

Den bærende konstruktion kræver derfor at man i anvendelsessituationen skal kunne bære

$$q = g + 1,3p_k = 4,2 + 1,3 \cdot 5 = 10,7\text{kN} / \text{m}^2 \Rightarrow$$

$$m_{Ed} = \frac{1}{8}qL^2 = \frac{1}{8} \cdot 10,7 \cdot 4^2 = 21,4\text{kNm} / \text{m}$$

Vi kan nu udfra Teknisk Ståbi, kapitel 5.6 finde et overslag på hvad tykkelsen bør være aht bæreevnen

$$h = \sqrt{800m_{Ed}} + 15 = \sqrt{800 \cdot 21,4} + 15 = 146\text{mm}$$

og tilsvarende for at tage hensyn til nedbøjningskravene

$$h = \frac{1}{30}L\sqrt[3]{q/5} = \frac{1}{30} \cdot 4000 \cdot \sqrt[3]{10,7/5} = 172\text{mm}$$

Vi vælger at holde fast i vores valg af 175mm i tykkelse.

Armeringsdesign: Vi beregner armeringen iht momentbæreevnen som

$$A_s \geq \frac{m_{Ed}}{z f_{yd}} \approx \frac{m_{Ed}}{0,9d \cdot f_{yd}}$$

Da vi vælger at bruge Ø8 mm stænger som armering i begge retninger finder vi for de to lag i snit $d=175-15-8=152\text{mm}$, hvorfor vi regner med 150mm i vores overslag og finder

$$A_s \geq \frac{21,4 \cdot 10^6}{0,9 \cdot 150 \cdot 500 / 1,2} = 380\text{mm}^2 / \text{m}$$

Dette svarer til 7,6 stænger pr m, hvilket vi runder op til 8 stænger pr m svarende til Ø8/125 som armering i begge retninger.

Designudfordring: Kan vi reducere pladens tykkelse med 25 eller 50 mm og stadig få nedbøjningskravene opfyldte ? Hvor meget ekstra armering skal der til for at opnå den nødvendige stivhed ? Hvor meget stivere bliver pladen ved at vi fordobler trykstyrken til 50 MPa ?

Designhistorien bag opgave B-15

Krav til anvendelsen og begrænsninger af geometrien: Vi ønsker at designe en etageadskillelse i et 50 m langt kontorhus, hvor kontorernes dybde fra facaden er 6 m og der midt i bygningen er en 2 m bred gang. Facaderne og de to vægge omkring gangen er bærende, dvs. etageadskillelsen er en enkeltspændt plade med 6 m spænd og simple understøtninger ved facade og gang.

Designet er simpelt, hvis det ikke var fordi der er en række huller i etageadskillelsen. Der er et ønske om at der i visse områder kan optræde huller op til 2 x 2 m i størrelse og det er endnu ikke fastlagt hvor præcis disse huller vil forekomme, men der vil være en del plads imellem de største huller.

Betonkonstruktionen er i tørt indendørs miljø og derfor klassificere det som passivt miljø.

Lydisolering: Da der er tale om et kontorhus betyder lydisoleringskravet iflg Teknisk Ståbi, kapitel 11.4 at pladen skal være mindst 200mm tyk.

Miljøklasse og betonstyrke: Da betonen er i passivt miljø vælger vi at anvende en beton, der lige akkurat opfylder holdbarhedskravene, dvs. $f_{ck}=15\text{MPa}$ og 15mm dæklag.

Overslagsdimensioner: Vi starter dog med at se på den enkeltspændte plade, som skal kunne bære sig selv (egenlast), et nedhængt loft og et gulv på $0,5\text{kN/m}^2$ og en karakteristisk nyttelast $q_k=3,0\text{kN/m}^2$. Vi regner med en partialkoefficient γ på 1,5 på nyttelast og 1,0 på egenlast. Da vi ved at der skal kunne lægges ekstra armering i ved de større huller, så vælger vi at øge etageadskillelsens tykkelse til 300 mm. Vi finder en samlede regningsmæssige last som

$$p = 24 \cdot 0,3 + 0,5 + 3,0 \cdot 1,5 = 12,2\text{kN} / \text{m}^2 \Rightarrow$$

$$m_{Ed} = \frac{1}{8} \cdot p \cdot L^2 = \frac{1}{8} \cdot 12,2 \cdot 6^2 = 54,9\text{kN} / \text{m}^2$$

Som et første bud på dimensionerne anvender vi Teknisk Ståbis simple regler for først styrkehensyn og derefter for nedbøjning

$$h = \sqrt{800m_{Ed}} + 15 = \sqrt{800 \cdot 54,9} + 15 = 225\text{mm}$$

$$h \geq \frac{1}{30} k \sqrt[3]{\frac{p}{5}} = \frac{1}{30} 6000 \sqrt[3]{\frac{12,2}{5}} = 269\text{mm}$$

Da der kan forekomme huller virker vores gæt på $h=300\text{mm}$ rimeligt i forhold til overslagene lige ovenover.

Design af armeringsarrangement uden huller: Når vi armerer denne plade, så anvender vi kamstål, klasse B med flydestyrke 500MPa , partialkoefficienter 1,45 og 1,2 på beton og stålstyrker og prøver os lidt frem med armeringsdiametre og afstande (hvis vi er smarte, så lægger vi det ind i fx Excel,

så vi nemt kan skifte diametre og afstande ud). Vi vælger at anvende Ø16/225 og finder der en momentbæreevne

$$m_{Ed,y} = 59,2 \text{ kNm} / m > m_{Rd} = 54,9 \text{ kNm} / m$$

Da pladen er dobbeltspændt omkring hullerne skal vi også have en tværgående armering lagt i. Normen kræver mindst 20 % så meget armering på tværs af hovedarmeringen, men vi vælger at øge det til ca. 50 %, da vi gætter på at vi kan få brug for det. Dette svarer til Ø12/250 som giver

$$m_{Ed,x} = 29,0 \text{ kNm} / m$$

Design af armeringsarrangementet når der er huller: I designet skal der være en del huller i etageadskillelsen til lys, kanaler, elevatorer osv. Vi vælger at se på det sted, hvor vi skal lave et hul på 2 x 2 m midt i spændet og her tager vi et stykke på 2 m med på hver side af hullet (mest fordi at det er en bredde der svarer til hullets bredde), så vi ser på en kvadratisk plade på 6 x 6 m (eller i opgaven 3a x 3a) med et hul i midten.

Dette hul vil give anledning til en kraftig forøgelse af momentet i y-retningen i det udvalgte område. Vi vælger derfor at tage den armering, der normalt ville løbe på tværs af hulområdet og lægges 50 % af den ud på hver side af hullet, således at vi i det udvalgte område øger armeringen fra Ø16/225 til Ø16/150, svarende til 50 % mere armering pr bredde i de to strimler med 2 m bredde. Herved får vi næsten 50 % højere momentbæreevne pr bredde, nemlig

$$m_{Ed,y} = 83,7 \text{ kNm} / m$$

Dette svarer ikke helt til 50 % højere brudmoment, men kun til 41%, da y stiger og z dermed falder noget, men i grove træk er momentbæreevnen i plader proportionalt med armeringsmængden pr meter. Det passer dog nogenlunde med at vi nu har en plade med

$$m_{ux} = m_u$$
$$m_{uy} = \frac{3}{2} m_u$$

Vi kan derefter opstille strimmelmodel og brudliniemodel for at finde en bæreevne med disse styrker (for at lære noget om den slags beregningsmetoder). I et reelt design kunne vi anvende vores resultater fra strimmel beregningerne som

$$m_{\max}^{(2)} = \frac{3}{8} p a^2 \leq m_{ux} = 29,0 \text{ kNm} / m \Rightarrow p \leq 29,0 \cdot \frac{8}{3} / 2^2 = 19,3 \text{ kN} / m^2$$
$$m_{\max}^{(1)} = \frac{11}{8} p a^2 \leq m_{uy} = 83,7 \text{ kNm} / m \Rightarrow p \leq 83,7 \cdot \frac{8}{11} / 2^2 = 15,2 \text{ kN} / m^2 \Rightarrow$$
$$p = 15,2 \text{ kN} / m^2 \geq 12,2 \text{ kN} / m^2$$

Pladen kan med andre ord holde med en reserve på hhv 25% og 38% i de to retninger.

Der er en lavpraktisk ting med armeringsnet i plader: I risikerer at I og andre skal gå på nettet, og I ønsker ikke at kunne stikke foden igennem nettet, da I risikerer at falde og brække benet – med andre ord, selvom foden bliver placeret diagonalt i en armeringsmaske, så skal der nødtigt være for langt. Dette betyder at det øverste lag armeringsjern i pladsstøbte betonplader i praksis normalt ikke har større armeringsafstand end 125 eller 150mm aht arbejdssikkerheden og vi vil derfor ofte vælge at anvende det samme armeringsareal i form af mindre stænger med mindre afstand, da dette i øvrigt også reducerer revnevidderne.

Vi kan med den viden vælge at reducere armeringsdiameteren til 12mm og hvis vi antager at momentbæreevnen nogenlunde er proportional med armeringsarealet, så finder vi armeringsafstandene s på de to leder til

$$\frac{\pi(16/2)^2}{225} / 19,3 = \frac{\pi(12/2)^2}{s^{(2)}} / 12,2 \Rightarrow s^{(2)} \leq \frac{\pi(12/2)^2}{\pi(16/2)^2} \cdot 225 \cdot \frac{19,3}{12,2} = 200mm$$

$$s^{(1)} \leq \frac{\pi(12/2)^2}{\pi(16/2)^2} \cdot 150 \cdot \frac{15,2}{12,2} = 102mm$$

Af hensyn til ”de små fødder” vælger vi at anvende Ø12/100mm i den ene retning og Ø12/150mm i den anden retning og kan gennemregne momentbæreevner og pladens bæreevne igen. Da vi har reduceret armeringsgraden vil z vokse og vi får dermed en bedre udnyttelse af armeringen.

Designhistorien bag opgave B-16

Krav til anvendelsen og begrænsninger i geometrien: Vi skal ombygge en ældre erhvervsbygning, der nu ønskes anvendt til boliger, detailforretninger eller erhvervs med lager. Det er naturligvis bedst hvis ejendommen kan anvendes til alt, men der er tvivl om dens bærevne vil være tilstrækkelig efter ombygningen.

Etageadskillelsen i den oprindelige bygning er en 200mm tyk, rektangulær plade på 6 x 8 m, som er simpelt understøttet på alle 4 sider og kan bære en stor, regningsmæssig last $p = 17 \text{ kN/m}^2$ (inkl egenlast). Etageadskillelsen er udført i beton med $f_{ck}=25\text{MPa}$ og 25 mm dæklag, og er armeret med Ø12/125 i den ene retning og Ø10/125 i den anden retning (det kraftigste armeringslag ligger altid tættest på overfladen). Der er anvendt armering i klasse B med $f_{yk}=500\text{MPa}$.

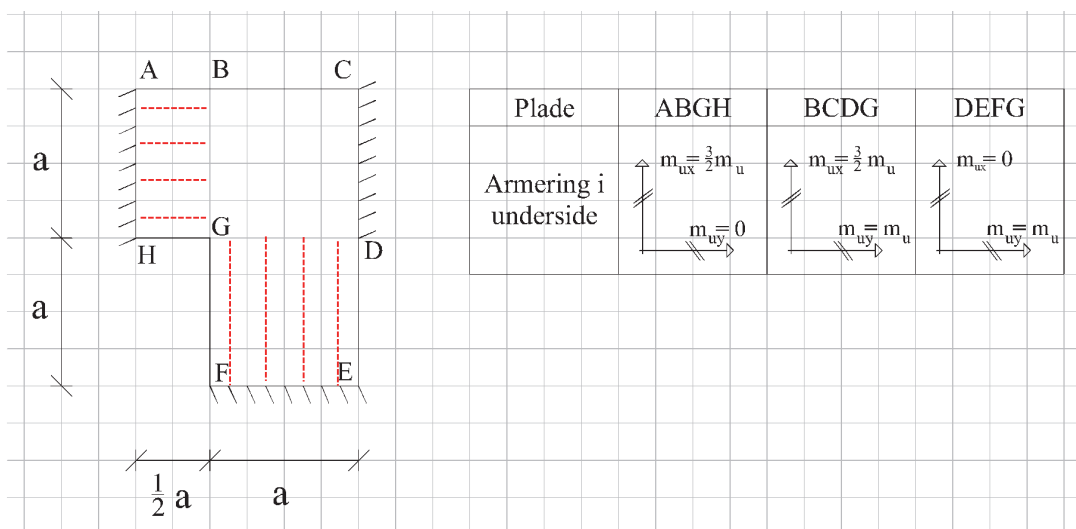
Ved beregningerne er der anvendt partialkoefficienter på 1,45 og 1,2 for hhv beton og armering og der er fundet momentbæreevner på

$$m_{Rd,x} = m_{ux} = 39,4 \text{ kNm} / m = m_u$$

$$m_{Rd,y} = m_{uy} = 59,6 \text{ kNm} / m = 1,51 m_u \approx \frac{3}{2} m_u$$

Ved ombygningen ønskes det, at fjerne den ene facade (linie A-B-C i opgaven) og fjerne en del af pladen ned i det enen hjørne, så der opstår en åbning på 1,5 x 2 m til en adgangs trappe. Dette ændrer pladens geometri og den understøtningsforhold til det der er angivet i opgaven.

Hvad kan det holde til: Inden ombygningen er der foretaget en inspektion af etageadskillelsen. Det er konstanteret, at en elektriker (?) på et tidspunkt har fræst kabler op i undersiden af pladen, således at en del af armeringsjernene er blevet skåret over i forskellige områder (fræsespor er angivet med stiplede røde linier på tegningen nedenfor). Den overskårne armering må derfor ignoreres i beregningerne, således at pladen får de styrker som angives nedenfor.



Belastningen på pladen udgøres af egenlast fra 200mm betonplade plus 0,5 kN/m² fra gulv, lofter og installationer. Afhængigt af anvendelsen skal pladen derfor kunne bære en regningsmæssig last p på

$$\text{Boliger: } p = 24 \cdot 0,2 + 0,5 + 1,5 \cdot 2,5 = 5,30 \text{ kN} / \text{m}^2$$

$$\text{Detailforretning: } p = 24 \cdot 0,2 + 0,5 + 1,5 \cdot 4,0 = 11,30 \text{ kN} / \text{m}^2$$

$$\text{Erhverv og lager: } p = 24 \cdot 0,2 + 0,5 + 1,5 \cdot 7,2 = 16,10 \text{ kN} / \text{m}^2$$

Nedreværdi af bæreevnen ved brug af strimmelmetoden: Vi ønsker derfor at bestemme bæreevnen med den nye pladegeometri. Vi har regnet på bæreevnen i opgaven med a=4m og fandt med nedreværdimetoden (strimmelmetoden) at

$$p = 4,24 \frac{m_u}{a^2} = 4,24 \frac{39,4}{4^2} = 10,4 \text{ kN} / \text{m}^2$$

Dette bekræfter at vi kan anvende pladen i et boligbyggeri, men der er ikke langt op til at kunne anvende den til detailforretninger, hvilket vil give bygherren en større frihed (og indtjening).

Designudfordring: Kan vi få noget væsentligt ud af at understøtte en kant (som A til C) eller et punkt (som B) af pladens rand? Hvor meget stiger bæreevnen ved denne ændring ?

Øvreværdi af bæreevnen ved brug af brudliniemetoden: Vi vil derfor overveje om det kan betale sig at udføre en mere kompliceret beregning (fx at anvende numeriske programmer) og derfor gennemfører vi en brudliniemodellering, som er en øvreværdimetoden og dermed altid giver en bæreevne der er lig med eller over den korrekte bæreevne. Vi finder

$$p = 5,08 \frac{m_u}{a^2} = 5,08 \frac{39,4}{4^2} = 12,5 \text{ kN} / \text{m}^2$$

Vi kan derfor nok godt anvende denne plade som etageadskillelse både boliger og detailforretninger (hvis vi er sikre på, at vores brudmodel har givet den laveste øvreværdi, eller hvis vi investerer tid i en mere detaljeret, numerisk modellering). Vi kan dog aldrig anvende området til erhverv med lager, da øvreværdiløsningen (brudliniemetoden) afslører, at bæreevnen aldrig kan komme over $12,5 \text{ kN/m}^2$ og bæreevnen derfor aldrig kan hæves højere ved en detaljeret numerisk modellering.

Designudfordring: Kan vi få noget væsentligt ud af at understøtte en kant (som A til C) eller et punkt (som B) af pladens rand? Hvor meget stiger bæreevnen ved denne ændring ?

Designhistorien bag opgave B-18

Krav til anvendelsen og begrænsninger af geometrien: Til et shoppingcenterbyggeri skal vi skal designe en altanplade med målene 8 x 12m med et 4 x 4 m åbning til ovenlys. Pladen kan understøttes simpelt langs de 3 sider, men ikke langs den fjerde side.

Pladen er udsat for regn og tøsalt, som svarer til aggressivt miljø.

Pladen skal dels bære en karakteristisk nyttelast $q = 2,5 \text{ kN/m}^2$) og dels sin egenlast g overalt. I en del af området (skraveret i opgaven) skal pladen dog bære en væsentlig større nyttelast p , som endnu ikke er specificeret.

Miljøklasse og betonstyrker: I aggressivt miljø kræves der mindst $f_{ck} = 35 \text{ MPa}$ og 35 mm dæklag og dette vælger vi i vores design. Der anvendes kamstål i klasse B med $f_{yk} = 500 \text{ MPa}$.

Overslagsdimensioner: Ved beregningen af egenlasten kan vi antage en ret tyk plade på 40 cm, således at lasten generelt bliver

$$p = 24 \cdot 0,4 + 1,5 \cdot 2,5 = 13,35 \text{ kN} / \text{m}^2$$

og lasten i det tungt belastede område vil vi indledningsvist sætte til $4p$, svarende til $53,40 \text{ kN/m}^2$ eller egenlasten g plus $43,8 \text{ kN/m}^2$. Vi kan senere i designprocessen i dialog med arkitekt og bygherre muligvis få afklaret og begrænset belastningen, men ønsker ikke et design, hvor vi senere skal øge pladetykkelsen for at opnå den nødvendige bæreevne.

Design af armeringsarrangementet: Vi vil nu opstille vores strimmelmodel, finde de maksimale momenter og derefter lægge den nødvendige armering i.

Vi lægger strimlerne 1, 2 og 3 ud som i løsningen. Strimmel 1 er hårdt belastet, mens strimmel 2 og 3 er mindre belastede. Da strimmel 2 og 3 er understøttede ved punkt A, spænder et stykke (a) henover hinanden og derefter har et stykke langs hullet (2a) før de kan understøttes af en anden strimmel, så vil jeg vurdere at det nok er godt at lade strimmel 2 og 3 dele lasten ligeligt i området ved A. Derfor vælger jeg $p_1 = p/2$ og kan derefter beregne de maksimale momenter i alle tre strimler hvor jeg finder

$$m_{\max}^{(3)} = 1,8627 p a^2 = 1,8627 \cdot 13,35 \cdot 2^2 = 99,47 \text{ kNm} / \text{m}$$

$$m_{\max}^{(2)} = 1,75 p a^2 = 1,75 \cdot 13,35 \cdot 2^2 = 93,45 \text{ kNm} / \text{m}$$

$$m_{\max}^{(1)} = 6,6574 p a^2 = 6,6574 \cdot 13,35 \cdot 2^2 = 355,0 \text{ kNm} / \text{m}$$

Jeg vil her ønske at have samme armering i strimmel 2 og 3 da deres momenter er tæt på hinanden, men lægge væsentlig mere armering i strimmel 3 pga det højere moment. Da der nok kan opstå situationer, hvor (den lidt ukendte) belastning i det skraverede område giver vridning eller negative

momenter vil jeg kunne blive nødt til at lægge armering i oversiden af pladen og denne vil jeg vælge til den samme armering som i undersiden af strimmel 2 og 3 for at forenkle tingene.

Dette betyder at jeg må forvente at ingeniøren (måske mig selv) og betonarbejderne skal gå på armeringen i oversiden og jeg vil derfor helst ikke anvende armeringsafstande på over 125 mm (det svarer til 177mm diagonalt i armeringsnettet og det giver en rimelig sikkerhed for at jeg eller andre ikke jager benet igennem armeringsnettet og falder). Med andre ord vil arbejdssikkerhed diktere at jeg nok ikke skal have afstande på ret meget over 125 mm.

Det er sådan at når der er armering i begge retninger, så vil man på en byggeplads normalt lægges den kraftigste armering tættest på overfladen (mest optimalt) og jeg regner derfor på strimmel 3 først og finder at jeg skal anvende Ø24/125 da

$$f_{yd} = 500 / 1,45 = 416,7 \text{ MPa} \Rightarrow \varepsilon_{yd} = f_{yd} / E_s = 416,7 / 2 \cdot 10^5 = 2,08 \cdot 10^{-3}$$

$$f_{cd} = 35 / 1,45 = 24,1 \text{ MPa}$$

$$A_s = \pi(24 / 2)^2 \cdot 1000 / 125 = 3619 \text{ mm}^2 / \text{m}$$

$$d = 400 - 25 - 24 / 2 = 363 \text{ mm}$$

$$y = \frac{A_s \cdot f_{yd}}{b \cdot f_{cd}} = \frac{3619 \cdot 416,7}{1000 \cdot 24,1} = 62,6 \text{ mm}$$

$$x = y / \lambda = 62,6 / 0,8 = 78,2 \text{ mm}$$

$$\varepsilon_s = \frac{\varepsilon_{cu3}}{x} (d - x) = \frac{3,5 \cdot 10^{-3}}{78,2} (363 - 78,2) = 1,28 \cdot 10^{-2} \Rightarrow$$

$$\varepsilon_{yd} = 2,08 \cdot 10^{-3} < \varepsilon_s = 1,28 \cdot 10^{-2} < \varepsilon_{uk} = 5 \cdot 10^{-2} \Rightarrow \text{Normaltarmeret tværsnit} \Rightarrow$$

$$m_{Rd} = A_s \cdot f_{yd} \cdot (d - y / 2) = 3619 \cdot 416,7 \cdot (363 - 62,6 / 2) = 485,2 \cdot 10^3 \text{ Nmm} / \text{m} = 485,2 \text{ kNm} / \text{m}$$

$$> m_{\max}^{(1)} = 355,0 \text{ kNm} / \text{m} \Rightarrow \text{OK bæreevne}$$

Disse beregninger kan med fordel stilles op i et regneark, i MatCad, Mapple eller hvad man foretrækker, således at man nemt kan ændre i diametre og afstande.

Tilsvarende regnes der for strimmel 3, hvor armeringen ligger ovenpå disse Ø24. På denne led lægger vi Ø12, da de har et areal på 25% af Ø24 og vi kunne gætte på en afstand på 125mm. Vi finder d=345mm og kan beregne alt som ovenfor. Vi finder dog at tværsnittet så er underarmeret, da vi beregner $\varepsilon_s = 5,84\% > \varepsilon_{uk}$ og vi er derfor nødt til at øge denne armering til Ø12/100 hvor

$$m_{Rd} = 158,0 \text{ kNm} / \text{m} > m_{\max}^{(3)} = 99,47 \text{ kNm} / \text{m}$$

Vi har nu fået tværsnittene til at holde, men det er lidt utilfredsstillende at det er kravet om minimumsarmering, der dikterer tværsnittet. Dette kan dog ændres ved fx at reducere pladetykkelsen til 350mm eller 300mm, hvilket så igen kan lede til et krav om øget armering i strimmel 1. På den anden side, så er momentstyrke i strimmel 1 jo meget større end det kræves.

Designopgave

Prøv at reducere tykkelsen og se om du kan spare armering. Prøv at variere på armeringsafstandene, men husk at man skal kunne gå på armeringsarrangementet.

Designudfordring: Kan vi reducere pladens tykkelse med 50mm ? kan vi reducere den med 100 mm ? kan vi reducere den med 150 mm ? og hvor meget armering skal der til for at det er muligt ??

DTU Civil Engineering
Department of Civil Engineering
Technical University of Denmark

Brovej, Building 118
DK 2800 Kgs. Lyngby
Telephone +45 45 25 17 00

www.byg.dtu.dk